Parte III – ESTÁTICA

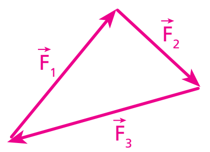
Tópico 1

1 Uma partícula encontra-se em equilíbrio, submetida a apenas duas forças. O que se pode concluir a respeito delas?

Resposta: Elas têm intensidades iguais, direções iguais e sentidos opostos.

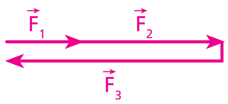
2 E.R. Um ponto material está em equilíbrio, submetido a apenas três forças. Qual é a condição que as intensidades dessas forças devem satisfazer?

Resolução:
1ª possibilidade: As forças têm direções diferentes. Nesse caso, posicionando-as segundo a regra do polígono, obtemos um triângulo:



Para o triângulo existir, é necessário que a medida de cada um dos seus lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois. Então, **a intensidade de cada uma das três forças tem de ser menor que a soma das intensidades das outras duas**. Por exemplo: $F_1 = 3$ N, $F_2 = 4$ N e $F_3 = 6$ N.

2ª possibilidade: As forças têm direções iguais. Agora, temos uma situação do seguinte tipo:



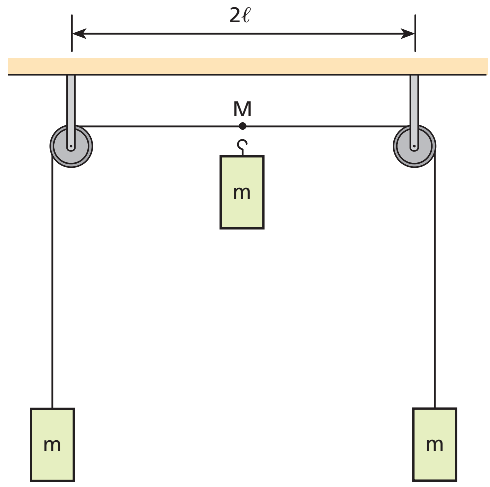
Isso significa que **a intensidade de uma das três forças tem de ser igual à soma das intensidades das outras duas**.

3 Uma partícula submetida a apenas três forças, de intensidades 3 N, 4 N e 20 N, pode estar em equilíbrio?

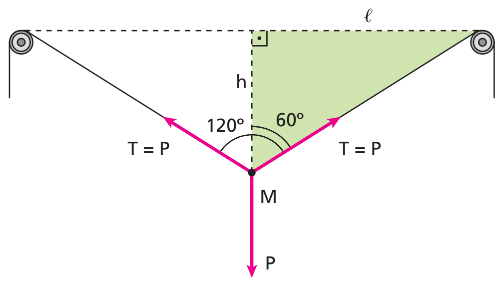
Resolução:
Não, porque 20N > 3N + 4N.

Resposta: Não

4 Em cada uma das extremidades de um fio considerado ideal, que passa por duas pequenas polias também supostas ideais, está suspenso um corpo de massa igual a **m**. Um terceiro corpo de massa **m** é suspenso do ponto médio **M** do fio e baixado até a posição de equilíbrio. Determine, em função de **ℓ** (ver figura), quanto desceu o terceiro corpo.



Resolução:

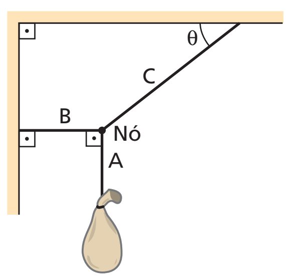


No triângulo destacado:

$$\text{tg } 60° = \frac{\ell}{h} \Rightarrow h = \frac{\ell}{\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{h = \frac{\ell\sqrt{3}}{3}}$$

Resposta: $\frac{\ell\sqrt{3}}{3}$

5 E.R. Na figura, um corpo de peso 120 N encontra-se em equilíbrio, suspenso por um conjunto de três fios ideais **A**, **B** e **C**. Calcule as intensidades das trações $\vec{T}_A$, $\vec{T}_B$ e $\vec{T}_C$, respectivamente nos fios **A**, **B** e **C**.



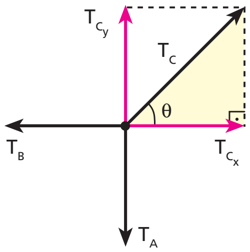
sen θ = 0,60
cos θ = 0,80

Resolução:

A tração no fio **A** tem a mesma intensidade do peso do corpo:

$$\boxed{T_A = 120\ \text{N}}$$

Representemos as forças de tração que os fios exercem no nó e façamos a decomposição dessas forças segundo a vertical e a horizontal:



Do equilíbrio, vem:

• $T_{C_y} = T_A \Rightarrow T_C \cdot \text{sen}\,\theta = T_A \Rightarrow T_C \cdot 0{,}60 = 120$

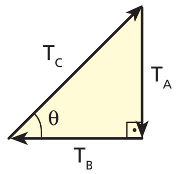
$$\boxed{T_C = 200\ \text{N}}$$

• $T_B = T_{C_x} \Rightarrow T_B = T_C \cdot \cos\theta \Rightarrow T_B = 200 \cdot 0{,}80$

$$\boxed{T_B = 160\ \text{N}}$$

Nota:

- Também podemos determinar T_B e T_C lembrando que o polígono das forças de tração exercidas pelos fios no nó é fechado.

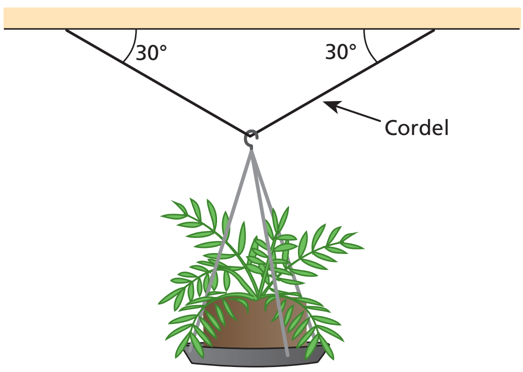


Assim, temos:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{T_A}{T_C} \Rightarrow 0{,}60 = \frac{120}{T_C} \Rightarrow \boxed{T_C = 200\ \text{N}}$$

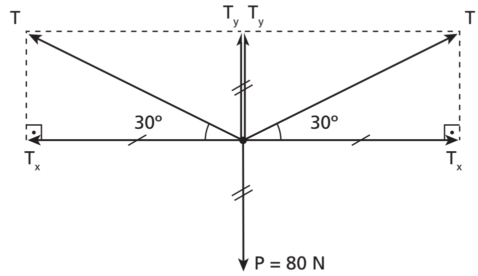
$$\cos\theta = \frac{T_B}{T_C} \Rightarrow 0{,}80 = \frac{T_B}{200} \Rightarrow \boxed{T_B = 160\ \text{N}}$$

6 Um ornamento de peso 80 N está suspenso por um cordel, como indica a figura:



No equilíbrio, calcule a intensidade da tração no cordel.

Resolução:



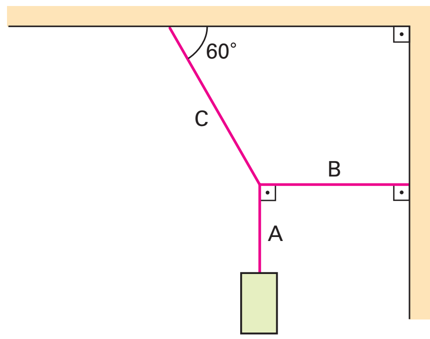
$2T_y = P$

$2T\ \text{sen}\ 30^\circ = P$

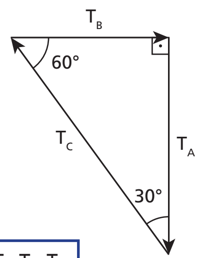
$2T \cdot \frac{1}{2} = 80 \Rightarrow \boxed{T = 80\ \text{N}}$

Resposta: 80 N

7 Uma caixa é mantida em equilíbrio por três cordas **A**, **B** e **C**, como representa a figura. Coloque em ordem crescente as intensidades T_A, T_B e T_C das trações nessas cordas.



Resolução:



$$\Rightarrow \boxed{T_B < T_A < T_C}$$

Resposta: T_B, T_A, T_C

8 Uma partícula encontra-se em equilíbrio sob a ação de um sistema constituído de apenas três forças, sendo o peso uma delas. A respeito das outras duas forças, podemos afirmar que:

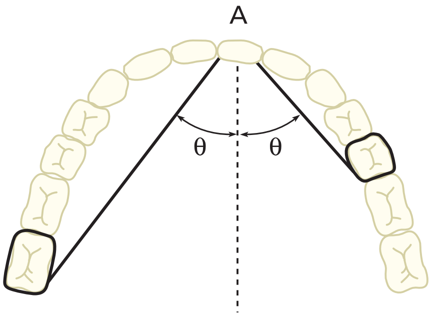
a) elas são necessariamente horizontais;
b) elas são necessariamente verticais;
c) apenas uma pode ser vertical;
d) elas não podem ser ambas horizontais;
e) elas não podem ser ambas verticais;

Resolução:

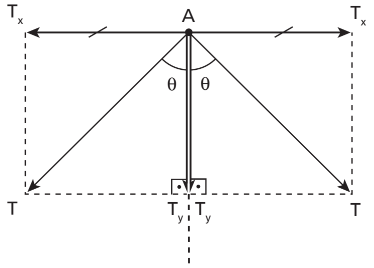
As outras duas forças têm de equilibrar o peso, que é vertical. Portanto, elas não podem ser ambas horizontais.

Resposta: d

9 (UFPE) Para corrigir o desalinhamento do dente incisivo **A** de um paciente, um dentista fez passar um elástico por esse dente e o amarrou a dois dentes posteriores, conforme a figura.
Sabendo que a tensão no elástico é de 10 N e que cos θ = 0,85, determine o valor em newtons da força total aplicada pelo elástico sobre o dente **A**.



Resolução:



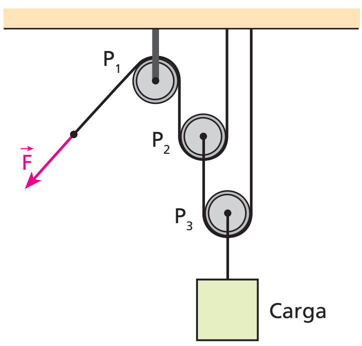
$F = 2T_y = 2T \cos\theta$

$F = 2 \cdot 10 \cdot 0{,}85$

$\boxed{F = 17\ N}$

Resposta: 17

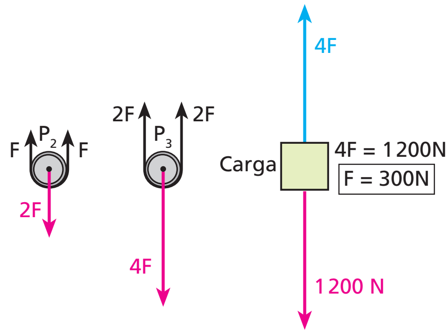
10 **E.R.** A figura representa um sistema constituído de fios e três polias P_1, P_2 e P_3, todos considerados ideais. A força $\vec{F}$, aplicada na extremidade de um dos fios, mantém o sistema em equilíbrio, sustentando uma carga de 1 200 N. Calcule a intensidade da força $\vec{F}$.



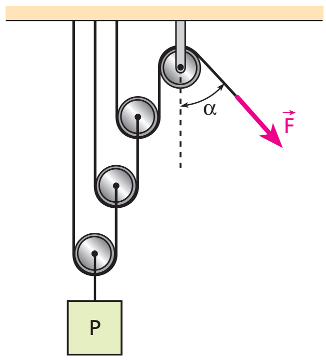
Resolução:
Para resolver esse tipo de exercício, é necessário lembrar que:

- Num **mesmo** fio ideal, a tração tem a mesma intensidade em todos os seus pontos.
- Em qualquer corpo em equilíbrio, a força resultante é nula (nas polias, a força resultante seria nula mesmo que não estivessem em equilíbrio, porque, sendo consideradas ideais, têm massas nulas).

Então, temos:



11 (Ufop-MG) O sistema de roldanas da figura está sendo usado para elevar, em equilíbrio, um objeto de peso **P**.



Então, o módulo da força $\vec{F}$ vale:

a) $F = \dfrac{P}{\cos\alpha}$;

b) $F = \dfrac{P}{3}$;

c) $F = \dfrac{P}{3}\cos\alpha$;

d) $F = \dfrac{P}{2^3}$;

e) $F = \dfrac{P}{2^3}\cos\alpha$.

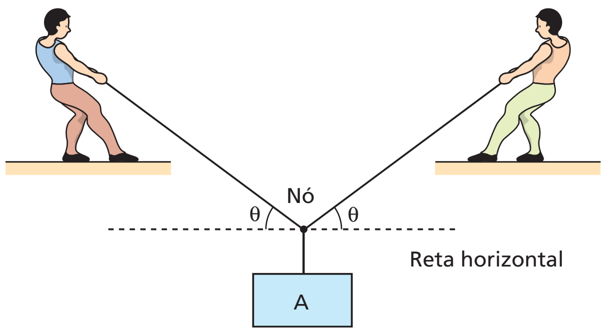
Resolução:
Temos de supor o sistema ideal.
De baixo para cima, as intensidades das trações nos fios que sustentam a primeira, a segunda e a terceira polias são, respectivamente, iguais a $\dfrac{P}{2}$, $\dfrac{P}{4}$ e $\dfrac{P}{8}$.

Portanto: $\boxed{F = \dfrac{P}{8} = \dfrac{P}{2^3}}$

O expoente **3** é o número de polias móveis.
O ângulo α não influi na situação proposta.

Resposta: d

12 **E.R.** Dois homens seguram as extremidades de uma corda leve, flexível e inextensível. No ponto médio da corda, um corpo **A** de peso igual a 800 N está suspenso em equilíbrio:



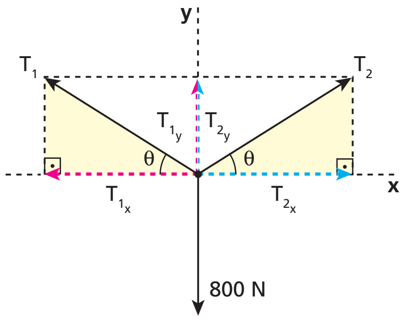
Analise as afirmações:

01. Se o ângulo **θ** for igual a 30°, a tração nos ramos da corda valerá 800 N.
02. Se o ângulo **θ** for duplicado, a intensidade da tração nos ramos da corda se reduzirá à metade.
04. Se os homens forem suficientemente fortes, conseguirão dispor a corda em equilíbrio exatamente na horizontal.
08. A tração nos ramos da corda terá intensidade mínima quando eles estiverem na vertical.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:

Representemos as forças que atuam no nó e façamos sua decomposição na horizontal e na vertical:



Temos, então:

$T_{1_x} = T_{2_x} \Rightarrow T_1 \cdot \cos\theta = T_2 \cdot \cos\theta \Rightarrow T_1 = T_2 = T$

$T_{1_y} + T_{2_y} = 800 \Rightarrow T \cdot \text{sen}\,\theta + T \cdot \text{sen}\,\theta = 800 \Rightarrow 2T \cdot \text{sen}\,\theta = 800$

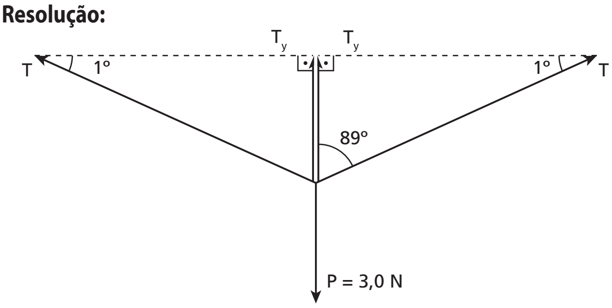
$$T = \frac{400}{\text{sen}\,\theta} \text{ (SI)}$$

01. Correta. Como sen 30° $= \frac{1}{2}$, temos $T = \dfrac{400}{\frac{1}{2}}$ (SI), ou seja, T = 800 N.
02. Incorreta. Quando θ é duplicado, sen θ aumenta, mas não duplica (**θ** e sen θ não são proporcionais). Assim, **T** se reduz, mas não à metade.
04. Incorreta. Quando se tenta levar a corda à horizontal, **θ** tende a zero, sen θ tende a zero e **T** tende a infinito. Note ainda que não haveria as componentes T_y para equilibrar a tração de 800 N se a corda estivesse na horizontal.
08. Correta. O valor mínimo de **T** acontece quando sen θ é máximo, ou seja, sen θ =1, o que implica θ = 90° (ramos da corda dispostos verticalmente).

Resposta: 09

13 Considere um fio suposto ideal esticado horizontalmente entre duas estacas. Um pássaro de peso igual a 3,0 N pousa no ponto médio do fio, aí permanecendo em equilíbrio. Calcule a tração em cada uma das metades do fio, sabendo que elas formam um ângulo de 178°. Adote sen 1° = 0,017.

Resolução:



$2T_y = P$

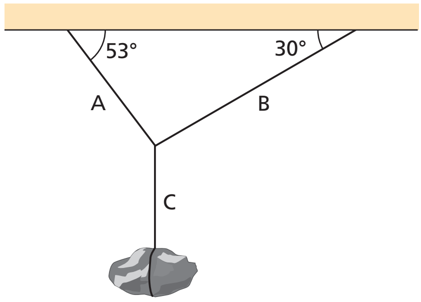
$2T \cdot \text{sen}\,1° = P$

$2T \cdot 0{,}017 = 3{,}0 \Rightarrow \boxed{T = 88\text{ N}}$

Resposta: 88 N

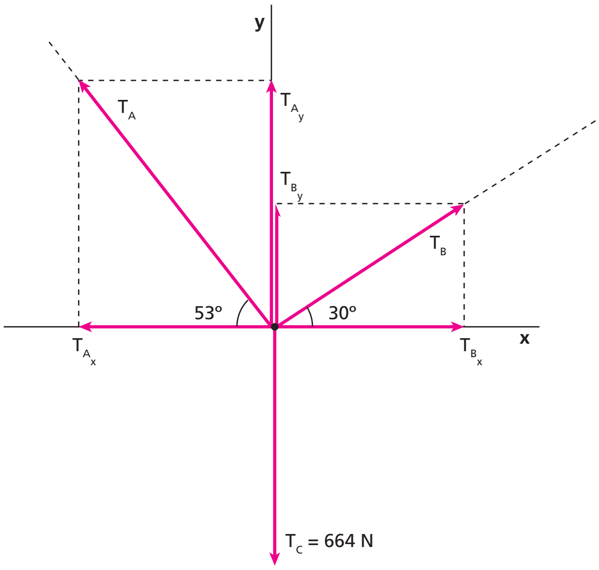
14 Uma pedra de 664 N de peso encontra-se em repouso, suspensa por três cordas leves **A**, **B** e **C**, como representa a figura. Calcule as intensidades das trações nessas cordas (T_A, T_B e T_C).

Use: sen 30° = 0,50; cos 30° = 0,87; sen 53° = 0,80; cos 53° = 0,60.



Resolução:

$T_c = P \Rightarrow \boxed{T_x = 664\text{ N}}$



$T_{A_x} = T_{B_x} \Rightarrow T_A \cdot 0{,}60 = T_B \cdot 0{,}87$

$T_A = 1{,}45\, T_B$ (I)

$T_{A_y} + T_{B_y} = T_C$

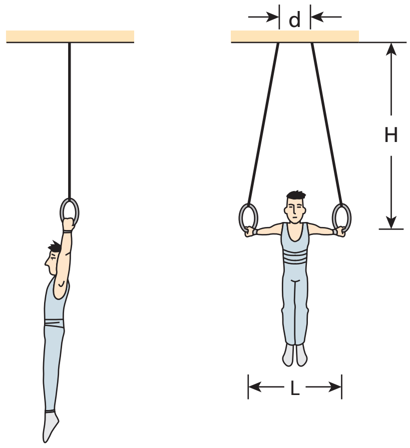
$T_A \cdot 0{,}80 + T_B \cdot 0{,}50 = 664$ (II)

De (I) e (II):

$\boxed{T_B = 400\text{ N}}$ e $\boxed{T_A = 580\text{ N}}$

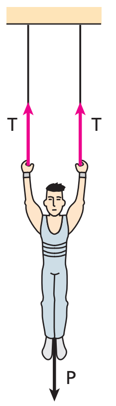
Respostas: T_A = 580 N; T_B = 400 N; T_C = 664 N

15 (Unicamp-SP) Uma das modalidades de ginástica olímpica é a das argolas. Nessa modalidade, os músculos mais solicitados são os dos braços, que suportam as cargas horizontais, e os da região dorsal, que suportam os esforços verticais. Considerando um atleta cuja massa é de 60 kg e sendo os comprimentos indicados na figura H = 3,0 m, L = 1,5 m e d = 0,5 m, responda (g = 10 m/s²):



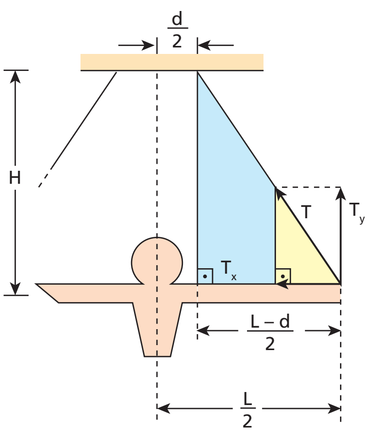
a) Qual a tensão em cada corda quando o atleta se encontra pendurado no início do exercício com os braços na vertical?
b) Quando o atleta abre os braços na horizontal, qual a componente horizontal da tensão em cada corda?

Resolução:
a) Somos forçados a supor que as cordas também estão na vertical.



Do equilíbrio do atleta:
$2T = P$
$2T = m\,g$
$2T = 60 \cdot 10$
$\boxed{T = 300\text{ N}}$

b)



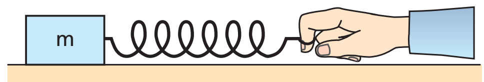
Na vertical:
$2\,T_y = P$
$2\,T_y = 600$
$T_y = 300\text{ N}$
Da semelhança dos dois triângulos retângulos, temos:

$$\frac{H}{\frac{L-d}{2}} = \frac{T_y}{T_x} \Rightarrow T_x = \frac{L-d}{2} \cdot \frac{T_y}{H}$$

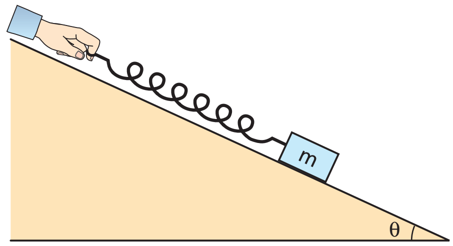
$$T_x = \frac{1{,}5 - 0{,}5}{2} \cdot \frac{300}{3{,}0} \Rightarrow \boxed{T_x = 50\text{ N}}$$

Respostas: a) 300 N; b) 50 N

16 E.R. Nas situações **a** e **b** ilustradas a seguir, um mesmo bloco de massa **m** igual a 10 kg encontra-se na iminência de escorregar, tracionado elasticamente por uma mola de constante elástica **K** igual a 300 N/m.



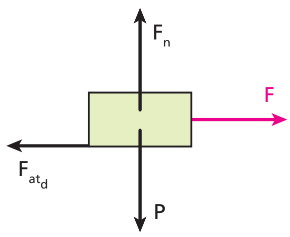
Situação **a**: bloco apoiado em um plano horizontal na iminência de escorregar.



Situação **b**: bloco apoiado em um plano inclinado de **θ** em relação à horizontal (sen θ = 0,60 e cos θ = 0,80) na iminência de subir.

Sabendo que, nas duas situações, o coeficiente de atrito estático μ_e entre o bloco e o plano é igual a 0,45 e considerando **g** igual a 10 m/s², calcule a deformação da mola:
a) na situação **a**;
b) na situação **b**.

Resolução:
Como o bloco encontra-se na iminência de escorregar, a força de atrito atuante nele é a força de destaque, dada por $F_{at_d} = \mu_e\,F_n$, em que F_n é a intensidade da força normal com que o bloco e o plano se comprimem.
a) Representando as forças atuantes no bloco, temos:

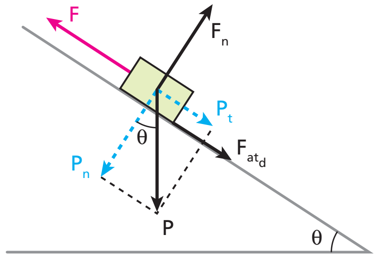


Do equilíbrio do bloco, vem:
$F_n = P = m\,g = 10 \cdot 10 \Rightarrow F_n = 100\text{ N}$
$F = F_{at_d} = \mu_e\,F_n = 0{,}45 \cdot 100 \Rightarrow F = 45\text{ N}$

Usando a Lei de Hooke, calculamos a deformação Δx:

$$F = K\,\Delta x \Rightarrow 45 = 300 \cdot \Delta x \Rightarrow \boxed{\Delta x = 15\text{ cm}}$$

b) Representando as forças atuantes no bloco, temos:



Do equilíbrio do bloco, vem:

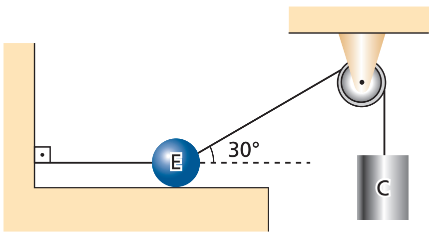
$F_n = P_n = P \cdot \cos\theta = m\,g \cdot \cos\theta = 10 \cdot 10 \cdot 0{,}80 \Rightarrow F_n = 80\text{ N}$

$F = P_t + F_{at_d} = P \cdot \text{sen}\,\theta + \mu_e F_n = 10 \cdot 10 \cdot 0{,}60 + 0{,}45 \cdot 80 \Rightarrow F = 96\text{ N}$

Usando a Lei de Hooke:

$$F = K\,\Delta x \Rightarrow 96 = 300 \cdot \Delta x \Rightarrow \boxed{\Delta x = 32\text{ cm}}$$

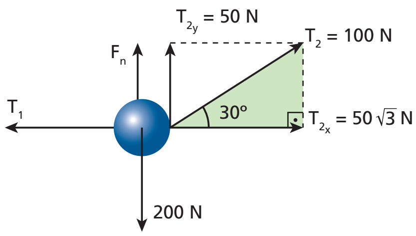
17 Uma esfera de aço (**E**) pesando 200 N encontra-se apoiada em um plano horizontal e amarrada a uma parede vertical por meio de um fio ideal:



Um cilindro (**C**) de peso 100 N é ligado a um fio ideal, que passa por uma polia também ideal e vai prender-se à esfera. Calcule:

a) a intensidade da força de reação normal do plano horizontal sobre a esfera;
b) a intensidade da força de tração no fio que liga a esfera à parede vertical;
c) a intensidade do peso que o cilindro deveria ter para que a esfera ficasse na iminência de sair do plano.

Resolução:



a) $F_n + 50 = 200 \Rightarrow \boxed{F_n = 150\text{ N}}$

b) $\boxed{T_1 = 50\sqrt{3}\text{ N}}$

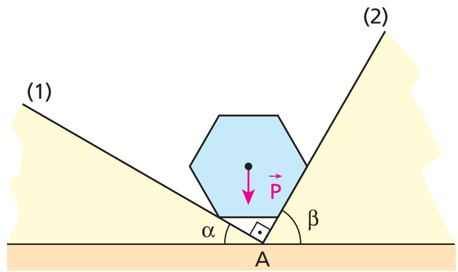
c) Teríamos : $F_n = 0$ e $T_{2y} = 200\text{ N}$

$$\text{sen}\,30° = \frac{T_{2y}}{T_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{200}{T_2}$$

$$\boxed{T_2 = 400\text{ N}}$$

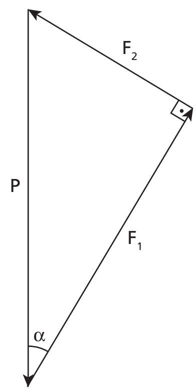
Respostas: a) 150 N; b) $50\sqrt{3}$ N; c) 400 N

18 Na figura a seguir, (1) e (2) são duas rampas planas perfeitamente lisas que se interceptam em uma reta horizontal, que passa por **A** e é perpendicular ao plano do papel. Nas rampas, apoia-se um prisma reto, hexagonal, regular e homogêneo, cujo peso $\vec{P}$ tem intensidade de 100 N.



Sabendo que sen $\alpha = \frac{3}{5}$ e cos $\alpha = \frac{4}{5}$, determine as intensidades das forças aplicadas pelo prisma sobre as rampas.

Resolução:

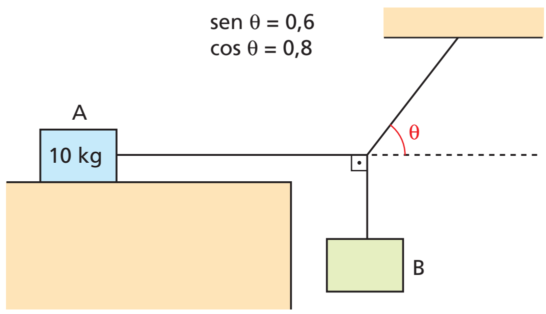


• $\cos\alpha = \frac{F_1}{P} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{F_1}{100} \Rightarrow \boxed{F_1 = 80\text{ N}}$

• $\text{sen}\,\alpha = \frac{F_2}{P} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{F_2}{100} \Rightarrow \boxed{F_2 = 60\text{ N}}$

Resposta: 80 N na rampa (1) e 60 N na rampa (2).

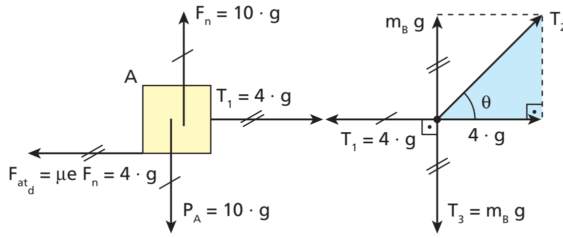
19 Na situação de equilíbrio esquematizada a seguir, os fios são ideais:



Sendo 0,4 o coeficiente de atrito estático entre o bloco **A** e o plano horizontal em que ele se apoia, determine a maior massa que o bloco **B** pode ter de modo que o equilíbrio se mantenha, supondo essa montagem feita:

a) na superfície da Terra;
b) na superfície da Lua.

Resolução:
Na iminência de movimento, temos:



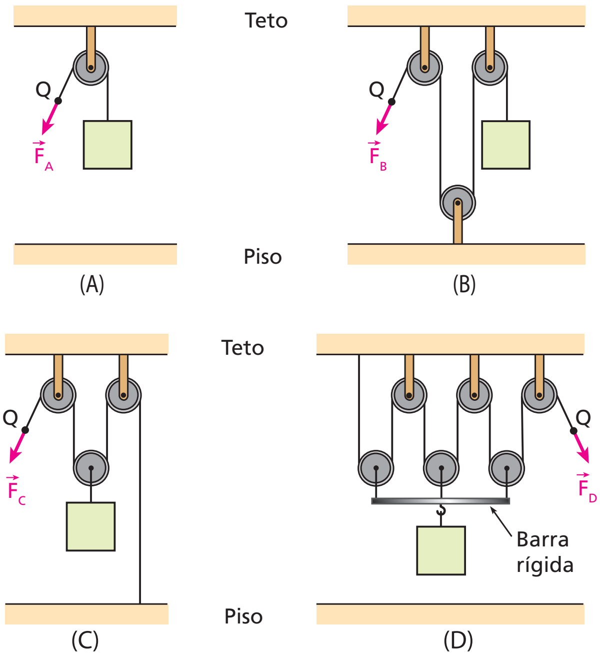
No triângulo destacado:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{m_B g}{4 \cdot g} \Rightarrow \frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} = \frac{m_B g}{4 \cdot g} \Rightarrow \frac{0{,}6}{0{,}8} = \frac{m_B}{4} \Rightarrow \boxed{m_B = 3\text{ kg}}$$

Observe que o resultado não depende da intensidade **g** do campo gravitacional.

Respostas: a) 3 kg; b) 3 kg

20 Nas montagens esquematizadas a seguir, considere ideais os fios, as polias e a barra rígida. Em todos os casos, a caixa suspensa tem peso de módulo **P**.



a) Determine as intensidades das forças $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$ e $\vec{F}_D$, que equilibram os sistemas **A**, **B**, **C** e **D**, respectivamente.
b) Para que a caixa, ao ser erguida em equilíbrio, sofra um deslocamento de módulo **d**, quais deverão ser os módulos d_A, d_B, d_C e d_D dos deslocamentos do ponto **Q** nos sistemas **A**, **B**, **C** e **D**, respectivamente?

Resolução:

a) • $\boxed{F_A = P}$ $\boxed{F_B = P}$ $\boxed{F_C = \frac{P}{2}}$

• No conjunto formado pela caixa, pela barra e pelas três polias inferiores:

$$6\,F_D = P \Rightarrow \boxed{F_D = \frac{P}{6}}$$

b) Em todos os casos, o trabalho da força aplicada em **Q** é igual, pois corresponde a um mesmo fornecimento de energia potencial gravitacional Pd:

• $F_A\, d_A = P\, d \Rightarrow Pd_A = P\, d \Rightarrow \boxed{d_A = d}$

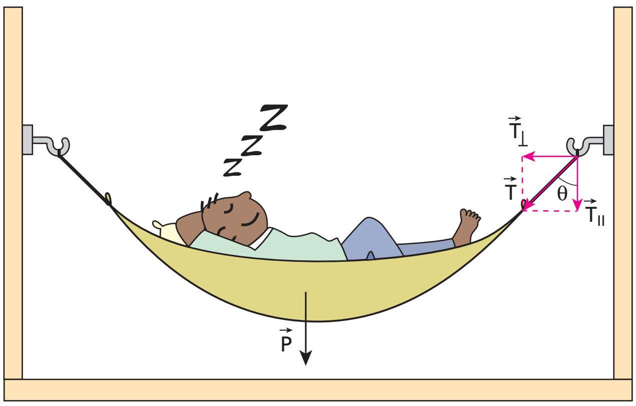
• $F_B\, d_B = P\, d \Rightarrow Pd_B = P\, d \Rightarrow \boxed{d_B = d}$

• $F_C\, d_C = P\, d \Rightarrow \frac{P}{2} d_C = P\, d \Rightarrow \boxed{d_C = 2\, d}$

• $F_D\, d_D = P\, d \Rightarrow \frac{P}{6} d_D = P\, d \Rightarrow \boxed{d_D = 6\, d}$

Respostas: a) $F_A = P$, $F_B = P$, $F_C = \frac{P}{2}$, $F_D = \frac{P}{6}$;
b) $d_A = d$, $d_B = d$, $d_C = 2d$, $d_D = 6\, d$

21 (UFRN) O lendário Macunaíma, personagem criado por Mário de Andrade, costuma desfrutar do aconchego de sua “redinha”. Ávido por um descanso, Macunaíma, nosso anti-herói, está sempre improvisando um gancho para armar sua rede. Ele soube que sua segurança ao deitar-se na rede está relacionada com o ângulo **θ**, de inclinação dos punhos da rede com a parede e que essa inclinação pode ser mudada alterando-se o tamanho dos punhos, por exemplo, com auxílio de cordas.
A figura abaixo ilustra um desses momentos de descanso da personagem. Nessa figura, a força $\vec{T}$, exercida pela corda da rede sobre o gancho do armador, preso na parede, aparece decomposta em componentes, $\vec{T}_{\parallel}$ (paralela à parede) e $\vec{T}_{\perp}$ (perpendicular à parede).



Representação esquemática de Macunaíma dormindo em sua rede.

Considere-se que:
I. o peso, $\vec{P}$, de Macunaíma está bem distribuído e o centro de gravidade do conjunto está no meio da rede;
II. as massas da rede e da corda são desprezíveis;
III. o armador pode ser arrancado somente em decorrência de um maior valor da componente $\vec{T}_{\perp}$, da força $\vec{T}$.

Podemos afirmar que, para uma maior segurança, Macunaíma deve escolher uma inclinação **θ** relativamente:

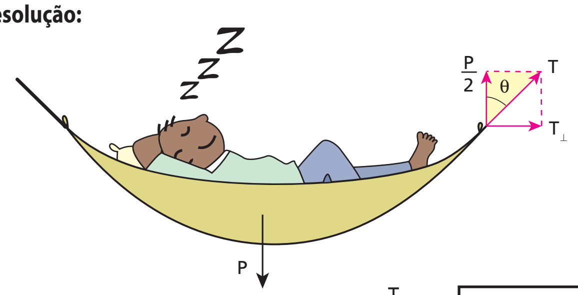
a) pequena, pois $T_{\perp} = \frac{P}{2}\,\text{sen}\,\theta$;

b) pequena, pois $T_{\perp} = \frac{P}{2}\,\text{tg}\,\theta$;

c) grande, pois $T_{\perp} = \frac{P}{2}\cos\theta$;

d) grande, pois $T_{\perp} = \frac{P}{2}\,\text{cotg}\,\theta$.

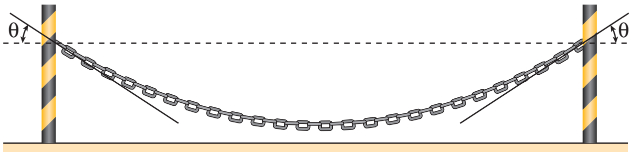
Resolução:



$$\text{tg}\,\theta = \frac{T_1}{\frac{P}{2}} \Rightarrow \boxed{T_1 = \frac{P}{2}\,\text{tg}\,\theta}$$

Resposta: b

22 A figura a seguir representa uma corrente de peso igual a 40 N, cujas extremidades estão em um mesmo nível horizontal, presas em dois suportes.



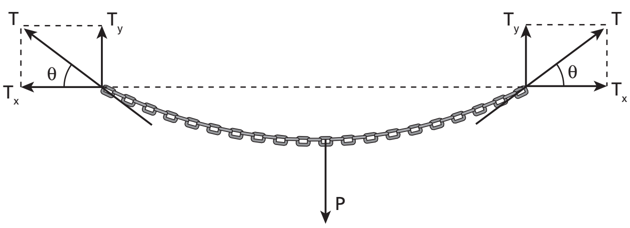
Considerando iguais a 45° os ângulos **θ** indicados na figura, determine a intensidade da força:

a) que a corrente exerce em cada suporte;

b) de tração no ponto mais baixo da corrente.

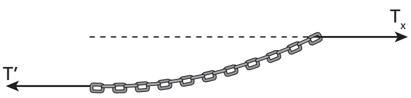
Resolução:

a)



$$2T_y = P \Rightarrow 2T\,\text{sen}\,\theta = P \Rightarrow 2T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 40 \Rightarrow \boxed{T = 20\sqrt{2}\ \text{N}}$$

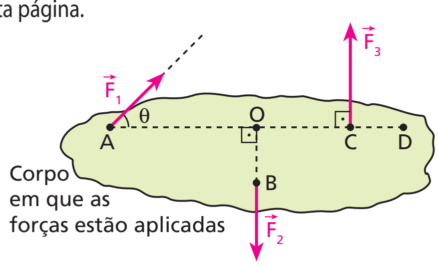
b) Numa das metades da corrente, temos, na horizontal:



$$T' = T_x = T\cos\theta = 20\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{T' = 20\ \text{N}}$$

Respostas: a) $20\sqrt{2}$ N; b) 20 N

23 Considere as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ e os pontos **A**, **B**, **C**, **D** e **O**, todos no plano desta página.



Julgue corretas ou incorretas as afirmações a seguir. Em cada uma delas, imagine a existência de um eixo de rotação perpendicular ao plano da figura passando pelo ponto citado.

01. Os braços de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, em relação a **O**, medem $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OC}$ respectivamente.

02. Os braços de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, em relação a **O**, medem $\overline{OA} \cdot \text{sen}\,\theta$, zero e $\overline{OC}$ respectivamente.

04. Os braços de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, em relação a **A**, medem zero, $\overline{AO}$ e $\overline{AC}$ respectivamente.

08. Em relação a **O**, o momento de $\vec{F}_1$ é horário, o de $\vec{F}_2$ é nulo e o de $\vec{F}_3$ é anti-horário.

16. Em relação a **C**, o momento de $\vec{F}_1$ é horário, o de $\vec{F}_2$ é anti-horário e o de $\vec{F}_3$ é nulo.

32. Em relação a **D**, os momentos de $\vec{F}_1$ e de $\vec{F}_3$ são horários e o de $\vec{F}_2$ é anti-horário.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

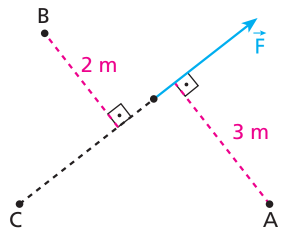
Resolução:

Os braços são distâncias do polo às linhas de ação das forças.

01. Incorretas.
02. Correta.
04. Correta.
08. Correta.
16. Correta.
32. Correta.

Resposta: 62

24 E.R. A força $\vec{F}$, de módulo 20 N, e os pontos **A**, **B** e **C** estão todos no plano do papel. Os pontos representam as intersecções entre o plano do papel e três eixos perpendiculares a ele.



Convencionando positivos os momentos horários, calcule o momento escalar de $\vec{F}$ em relação a **A**, **B** e **C**.

Resolução:

Em relação a **A**, a força $\vec{F}$ dá tendência de rotação no sentido horário. Sendo F = 20 N e b = 3 m, temos:

$$M = +F\,b = 20 \cdot 3 \Rightarrow \boxed{M = 60\ \text{N m}}$$

Em relação a **B**, a força $\vec{F}$ dá tendência de rotação no sentido anti-horário. Sendo F = 20 N e b = 2 m, temos:

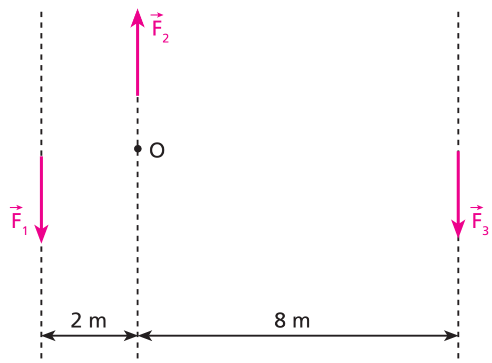
$$M = -F\,b = -20 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{M = -40\ \text{N m}}$$

Em relação a **C**, a força $\vec{F}$ não dá tendência de rotação, pois b = 0:

$$M = F\,b = 20 \cdot 0 \Rightarrow \boxed{M = 0}$$

25 Considerando positivos os momentos horários, calcule os momentos das forças paralelas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ em relação ao ponto **O**.

Dados: $F_1 = 200$ N; $F_2 = 250$ N; $F_3 = 50$ N.

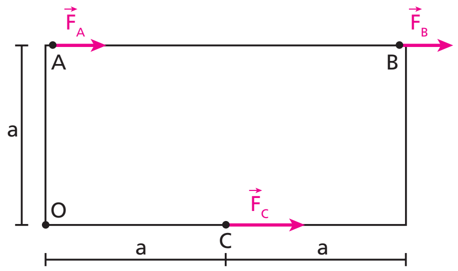


Resolução:

- $M_{\vec{F}_1} = -200\text{ N} \cdot 2\text{ m} = -400\text{ N m}$
- $M_{\vec{F}_2} = 0$
- $M_{\vec{F}_3} = 50\text{ N} \cdot 8\text{ m} = 400\text{ N m}$

Resposta: – 400 N m, zero e 400 N m, respectivamente.

26 (Fuvest-SP) Três homens tentam fazer girar, em torno do pino fixo **O**, uma placa retangular de largura **a** e comprimento 2a, que está inicialmente em repouso sobre um plano horizontal, de atrito desprezível, coincidente com o plano do papel. Eles aplicam as forças $\vec{F}_A = \vec{F}_B$ e $\vec{F}_C = 2\vec{F}_A$ nos pontos **A**, **B** e **C**, como representadas na figura.



Designando, respectivamente, por M_A, M_B e M_C as intensidades dos momentos dessas forças em relação ao ponto **O**, é correto afirmar que:

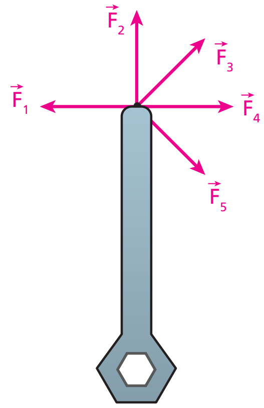
a) $M_A = M_B > M_C$ e a placa gira no sentido horário;
b) $M_A < M_B = M_C$ e a placa gira no sentido horário;
c) $M_A = M_B < M_C$ e a placa gira no sentido anti-horário;
d) $2M_A = 2M_B = M_C$ e a placa não gira;
e) $2M_A = M_B = M_C$ e a placa não gira.

Resolução:
Em relação a 0:

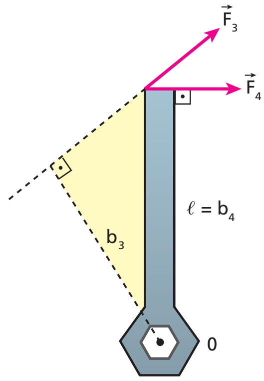
- $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ produzem momentos **horários** e, para ambas, o braço é igual a **a**. Então, temos: $M_A = M_B$, em que M_A e M_B são módulos.
- $\vec{F}_C$ não produz momento, pois seu braço é nulo : $M_C = 0$.

Resposta: a

27 Qual das forças aplicadas na extremidade da chave, todas de mesma intensidade, é mais eficiente para girar o parafuso no sentido horário?



Resolução:



O braço máximo é igual a ℓ (hipotenusa do triângulo destacado). O braço b_3, por exemplo, é cateto do mesmo triângulo.

Portanto, $\vec{F}_4$ é mais eficiente para girar o parafuso no sentido **horário**.

Resposta: $\vec{F}_4$

28 (UFRJ) Um jovem e sua namorada passeiam de carro por uma estrada e são surpreendidos por um furo num dos pneus.

O jovem, que pesa 75 kgf, pisa a extremidade de uma chave de roda, inclinada em relação à horizontal, como mostra a figura 1, mas só consegue soltar o parafuso quando exerce sobre a chave uma força igual a seu peso.

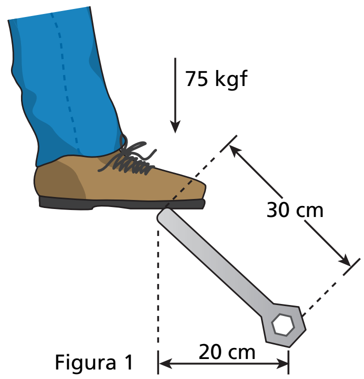


Figura 1

A namorada do jovem, que pesa 51 kgf, encaixa a mesma chave, mas na horizontal, em outro parafuso, e pisa a extremidade da chave, exercendo sobre ela uma força igual a seu peso, como mostra a figura 2.

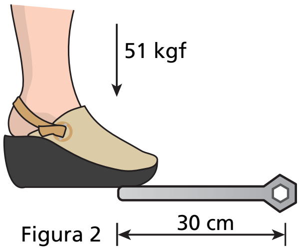


Figura 2

Supondo que este segundo parafuso esteja tão apertado quanto o primeiro e levando em conta as distâncias indicadas nas figuras, verifique se a moça consegue soltar esse segundo parafuso. Justifique sua resposta.

Resolução:

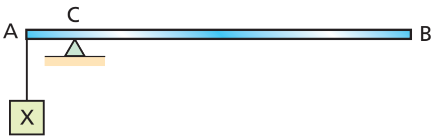
Figura 1: $M_1 = 75\ \text{kgf} \cdot 0{,}20\ \text{m} = 15\ \text{kgf m}$

Figura 2: $M_2 = 51\ \text{kgf} \cdot 0{,}30\ \text{m} = 15{,}3\ \text{kgf m}$

Como $M_2 > M_1$, a moça consegue.

Resposta: Consegue porque o torque da força de 51 kgf é mais intenso que o da força de 75 kgf.

29 **E.R.** Uma barra prismática homogênea AB de comprimento igual a 4,0 m e peso igual a 100 N apoia-se sobre a cunha **C**, colocada a 0,50 m de **A**. A barra fica em equilíbrio, como representa a figura, quando um corpo **X** é suspenso em sua extremidade **A**:



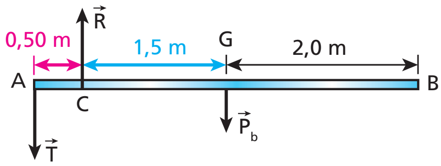
Calcule:

a) o peso do corpo **X**;

b) a reação da cunha **C** sobre a barra.

Resolução:

Representemos as forças que atuam na barra:



- $\vec{P}_b$ é o peso da barra, aplicado em seu centro de gravidade **G** (ponto médio da barra homogênea);
- $\vec{T}$ é a tração exercida em **A** pelo fio; essa força tem a mesma intensidade do peso de **X** ($T = P_x$);
- $\vec{R}$ é a reação da cunha sobre a barra.

Para o equilíbrio de translação da barra, temos:

$$R = T + P_b$$

ou

$$R = P_x + P_b \Rightarrow \boxed{R = P_x + 100} \quad \text{(I)}$$

Para o equilíbrio de rotação da barra, a soma algébrica dos momentos escalares de todas as forças nela aplicadas deve ser nula em relação a **qualquer** polo. Em relação a **C**, por exemplo, devemos ter:

$$M_{\vec{T}} + M_{\vec{R}} + M_{\vec{P}_b} = 0$$

Convencionando positivos os momentos no sentido horário, temos:

$$-T \cdot \overline{AC} + R \cdot 0 + P_b \cdot \overline{CG} = 0$$

$$-P_x \cdot 0{,}50 + 100 \cdot 1{,}5 = 0$$

$$\boxed{P_x = 300\ \text{N}} \quad \text{(a)}$$

De (I), vem:

$$R = P_x + 100 = 300 + 100$$

$$\boxed{R = 400\ \text{N}} \quad \text{(b)}$$

Nota:

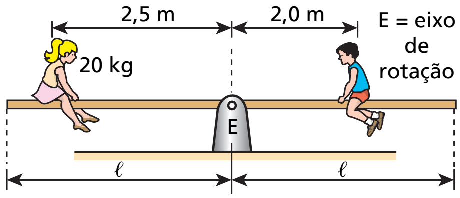
- O equilíbrio de rotação pode ser considerado em relação a **qualquer** polo, independentemente de passar ou não por ele um eixo de rotação real. Em relação a **A**, por exemplo, teríamos:

$$M_{\vec{T}} + M_{\vec{R}} + M_{\vec{P}_b} = 0$$

$$T \cdot 0 - R \cdot 0{,}50 + 100 \cdot 2{,}0 = 0$$

$$\boxed{R = 400\ \text{N}}$$

30 (UFV-MG) Um menino e uma menina estão brincando sobre uma prancha homogênea, conforme ilustra a figura. A posição das crianças estabelece uma condição de equilíbrio. Qual a massa do menino?



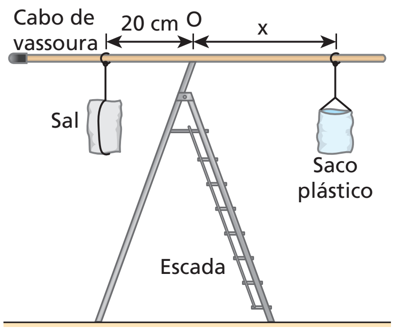
Resolução:

Em relação a **E**, temos, em módulo:

$m\,g \cdot 2{,}0 = 20g \cdot 2{,}5 \Rightarrow \boxed{m = 25\ \text{kg}}$

Resposta: 25 kg

31 Uma pessoa precisava separar 400 g de açúcar para fazer um doce, mas não tinha uma balança. Pegou, então, um cabo de vassoura e o apoiou em uma escada, de modo a ficar em equilíbrio na horizontal (o ponto **O** é o centro de gravidade do cabo).



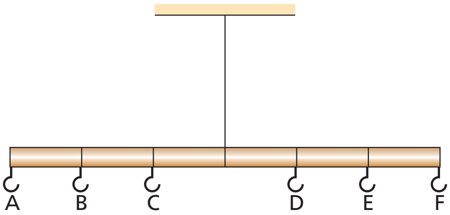
Usando um barbante, suspendeu no cabo um saco fechado de sal de cozinha, de 1 kg (1 000 g), a 20 cm do ponto de apoio (**O**). Usando outro barbante, suspendeu um saco plástico vazio e foi despejando açúcar nele até o cabo ficar novamente em equilíbrio na horizontal. Calcule a distância **x** que determina a posição em que o saco plástico deve ser colocado para que se consiga a quantidade de açúcar desejada.

Resolução:
Tomando os momentos em relação a **O**, em valor absoluto, e operando com as massas para evitar complicações desnecessárias, temos:

$1\,000\text{ g} \cdot 20\text{ cm} = 400\text{ g} \cdot x \Rightarrow \boxed{x = 50\text{ cm}}$

Resposta: 50 cm

32 Uma barra cilíndrica e homogênea, dividida em seis partes iguais, cada uma delas de comprimento **d**, encontra-se em equilíbrio na horizontal, como na figura.



a) Suspendendo-se um corpo de peso igual a 6 N no gancho **B**, qual deve ser o peso de um outro corpo suspenso do gancho **F** para que a barra se mantenha em equilíbrio como na figura?
b) Se um corpo de peso igual a 6 N for suspenso em **B**, e outros dois corpos, cada um pesando 3 N, forem suspensos em **D** e **E**, a barra continuará em equilíbrio como na figura?

Resolução:
a) $\Sigma M = 0$ em relação ao ponto de suspensão da barra:

$+ \quad +6 \cdot 2d - P_F \cdot 3d = 0 \Rightarrow \boxed{P_F = 4\text{N}}$

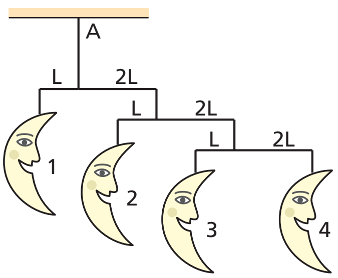
b) Não.
ΣM em relação ao ponto de suspensão da barra:

$+ \quad +6 \cdot 2d - 3 \cdot d - 3 \cdot 2d = +3d$

Portanto, a barra vai girar no sentido anti-horário.

Respostas: a) 4 N; b) Não. A barra vai girar no sentido anti-horário.

33 (ITA-SP) Um brinquedo que as mamães utilizam para enfeitar quartos de crianças é conhecido como móbile. Considere o móbile de luas esquematizado na figura. As luas estão presas, por meio de fios de massas desprezíveis, a três barras horizontais, também de massas desprezíveis. O conjunto todo está em equilíbrio e suspenso de um único ponto **A**. Se a massa da lua 4 é de 10 g, então a massa da lua 1, em kg, é igual a:

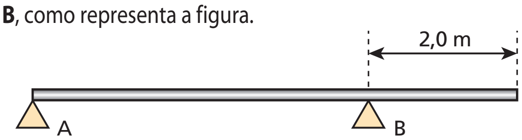


a) 180. b) 80. c) 0,36. d) 0,18. e) 9.

Resolução:
- $m_4 = 10\text{g}$
- Tomando os momentos em módulo e operando com massas, temos, de baixo para cima:
- $m_3\, L = m_4\, 2L \Rightarrow m_3 = 20\text{g}$ e $m_3 + m_4 = 30\text{g}$
- $m_2\, L = (m_3 + m_4)\, 2\, L \Rightarrow m_2 = 60\text{ g}$ e $m_2 + m_3 + m_4 = 90\text{g}$
- $m_1\, L = (m_2 + m_3 + m_4)\, 2\, L \Rightarrow m_1 = 180\text{ g} \Rightarrow \boxed{m_1 = 0{,}18\text{ kg}}$

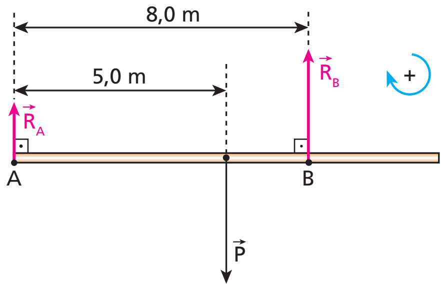
Resposta: d

34 E.R. Uma barra cilíndrica homogênea, de peso 200 N e 10,0 m de comprimento, encontra-se em equilíbrio, apoiada nos suportes **A** e **B**, como representa a figura.



a) Calcule as intensidades R_A e R_B das reações dos apoios **A** e **B** sobre a barra.
b) Usando-se uma corda leve, um bloco metálico de peso 400 N é dependurado na barra em um ponto **C** à direita de **B**. Determine a máxima distância **x** de **B** a **C** de modo que a barra não tombe.

Resolução:
a) Representando as forças que atuam na barra, temos:



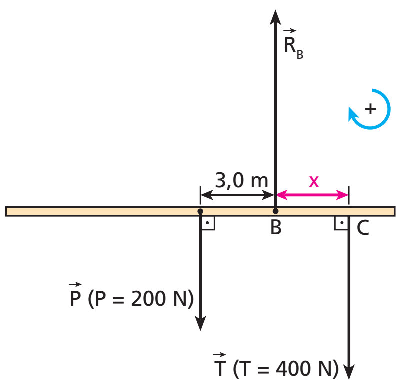
Em relação a **A**:

$$M_{\vec{R}_A} + M_{\vec{P}} + M_{\vec{R}_B} = 0$$
$$R_A \cdot 0 + 200 \cdot 5{,}0 - R_B \cdot 8{,}0 = 0$$
$$\boxed{R_B = 125\text{ N}}$$

Como $R_A + R_B = P$:

$$R_A + 125 = 200 \Rightarrow \boxed{R_A = 75\text{ N}}$$

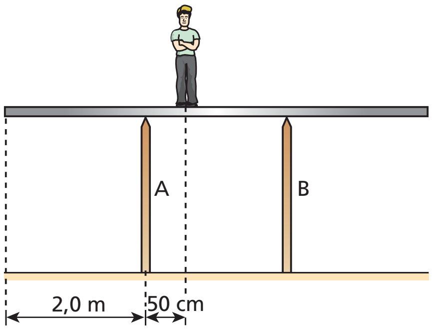
b) A máxima distância pedida corresponde à situação em que a barra está na iminência de tombar. Nessa situação, ela se apoia exclusivamente no suporte **B** e, portanto, a reação do suporte **A**, $\vec{R}_A$, é nula.
Representando as forças na barra, temos:



Em relação a **B**:

$$M_{\vec{R}_B} + M_{\vec{P}} + M_{\vec{T}} = 0$$
$$R_B \cdot 0 - 200 \cdot 3{,}0 + 400 \cdot x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1{,}5\text{ m}}$$

35 Sobre duas estacas **A** e **B**, distantes 2,0 m uma da outra, apoia-se uma viga prismática e homogênea de comprimento 6,0 m e massa 72 kg. Um pedreiro de massa 60 kg encontra-se em repouso na posição indicada, a 50 cm da estaca **A**.

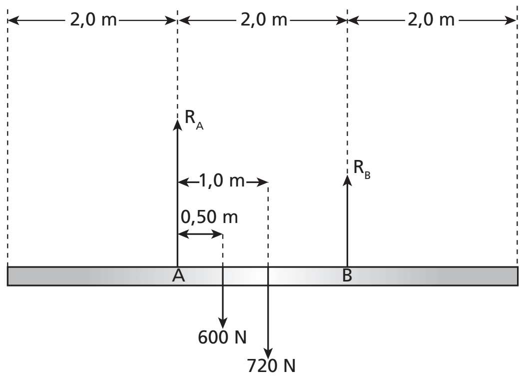


a) Calcule as intensidades das forças que a viga recebe das estacas ($g = 10\ m/s^2$).

b) O pedreiro começa a caminhar lentamente para a direita. Qual o máximo afastamento dele em relação ao ponto de apoio da viga na estaca **B** sem que ela tombe?

Resolução:

a)

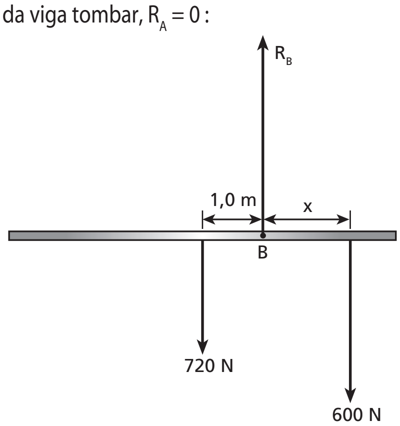


- Em relação a **A** (em módulo):

$600 \cdot 0{,}50 + 720 \cdot 1{,}0 = R_B \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{R_B = 510\ N}$

- $R_A + R_B = 600 + 720 \Rightarrow R_A + 510 = 1\,320 \Rightarrow \boxed{R_A = 810\ N}$

b) Na iminência da viga tombar, $R_A = 0$:

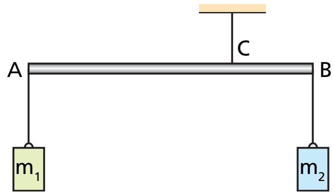


Em relação a **B**:

$600\ x = 720 \cdot 1{,}0 \Rightarrow \boxed{x = 1{,}2 m}$

Respostas: a) $R_A = 810\ N$; $R_B = 510\ N$; b) 1,2 m

36 (Cesgranrio-RJ) Uma barra homogênea de comprimento $\ell = 1{,}0$ m está em equilíbrio na posição horizontal, sustentada por uma única corda fixada no ponto **C**, como mostra a figura. Em suas extremidades **A** e **B** estão pendentes duas massas, $m_1 = 100$ g e $m_2 = 150$ g.

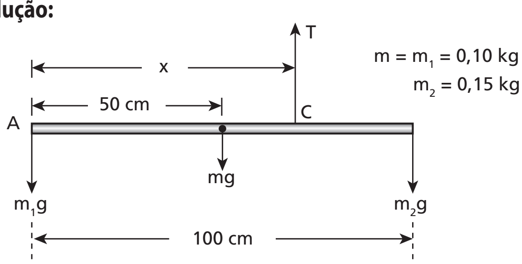


Considerando a massa da barra 100 g e a aceleração da gravidade local $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) a tensão na corda fixa à barra no ponto **C**;

b) a distância do ponto **C** até o ponto **A**.

Resolução:



a) $T = m_1\ g + m\ g + m_2\ g = 1{,}0 + 1{,}0 + 1{,}5 \Rightarrow \boxed{T = 3{,}5\ N}$

b) Em relação a **A** (em módulo):

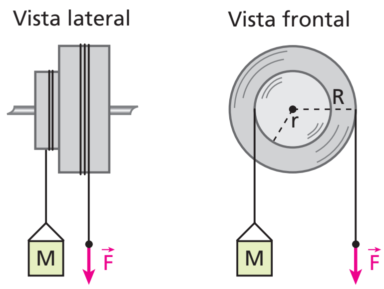
$m\ g \cdot 50\ cm + m_2\ g \cdot 100\ cm = T\ x$

$1{,}0 \cdot 50 + 1{,}5 \cdot 100 = 3{,}5\ x$

$\boxed{x = 57\ cm}$

Respostas: a) 3,5 N; b) 57 cm

37 A figura a seguir representa duas roldanas de raios r = 10 cm e R = 40 cm presas em um mesmo eixo que pode rotar praticamente sem atrito.



Cordas leves estão enroladas nessas roldanas. Em uma delas, está suspenso um bloco de massa **M** igual a 50 kg e o sistema é mantido em equilíbrio pela força vertical $\vec{F}$ aplicada na outra corda. Considerando $g = 10\ m/s^2$, calcule a intensidade de $\vec{F}$.

Resolução:

Em relação ao eixo do sistema, temos, em valor absoluto:

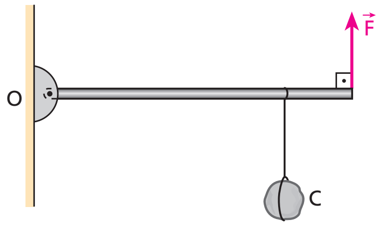
$F\ R = M\ g\ r$

$F \cdot 40\ cm = 50 \cdot 10 \cdot 10\ cm$

$\boxed{F = 125\ N}$

Resposta: 125 N

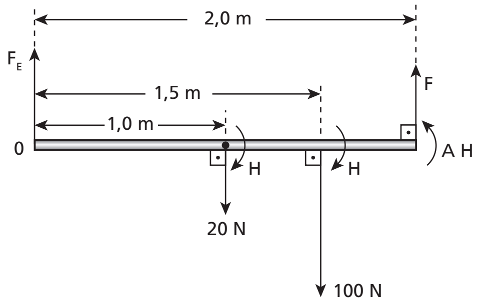
38 Uma barra rígida e homogênea, de peso 20 N e 2,0 m de comprimento, articula-se no eixo lubrificado **O**. Nela, está suspensa uma carga **C**, de peso 100 N, a 1,5 m do eixo **O**. A força vertical $\vec{F}$ mantém o sistema em equilíbrio.



Calcule a intensidade:

a) da força $\vec{F}$; b) da força que a barra recebe do eixo.

Resolução:



a) Em relação a **O**, temos, em módulo:

$20 \cdot 1{,}0 + 100 \cdot 1{,}5 = F \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{F = 85\text{ N}}$

b) A força resultante na barra é nula

$F_E + F = 20 + 100$

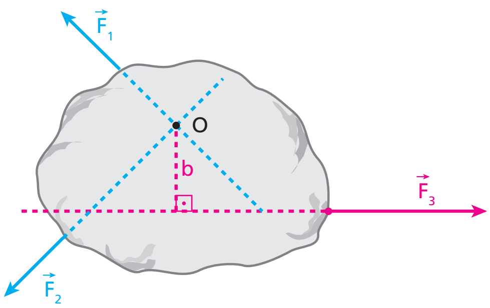
$F_E + 85 = 120 \Rightarrow \boxed{F_E = 35\text{ N}}$

Respostas: a) 85 N; b) 35 N

39 E.R. Considere um corpo em equilíbrio submetido à ação de **apenas três forças**, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, que precisam ser coplanares. Dado que elas têm **direções diferentes**, mostre que suas linhas de ação são concorrentes, necessariamente, num **mesmo** ponto.

Resolução:

Suponhamos que as linhas de ação de duas dessas forças ($\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, por exemplo) sejam concorrentes num ponto **O** e que isso não aconteça com a força $\vec{F}_3$:

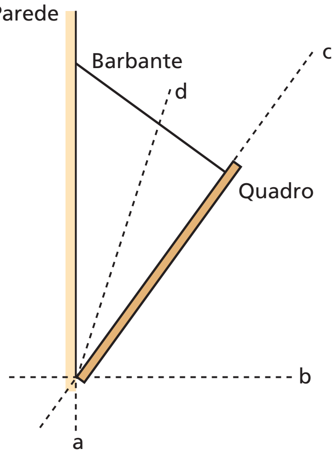


No equilíbrio, a soma algébrica dos momentos de todas as forças tem de ser nula e isso tem de acontecer em relação a **qualquer** polo, inclusive a **O**.

Em relação a **O**, os momentos de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são nulos, mas o momento de $\vec{F}_3$, não.

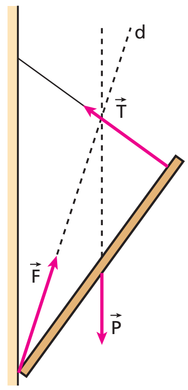
Assim, concluímos que a linha de ação de $\vec{F}_3$ também passa por **O**, pois, se isso não acontecesse, a soma dos três momentos em relação a **O** não seria nula e a condição de equilíbrio de rotação não estaria respeitada.

40 A figura abaixo representa um quadro retangular e homogêneo dependurado em uma parede e em equilíbrio. Qual das retas, **a**, **b**, **c** ou **d**, melhor representa a linha de ação da força que a parede exerce no quadro?



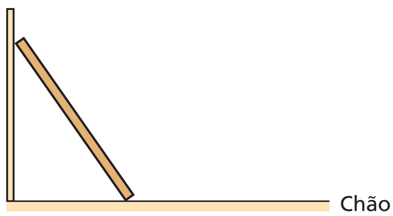
Resolução:

As três forças concorrem em um mesmo ponto.

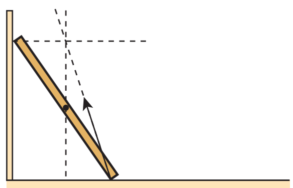


Resposta: d

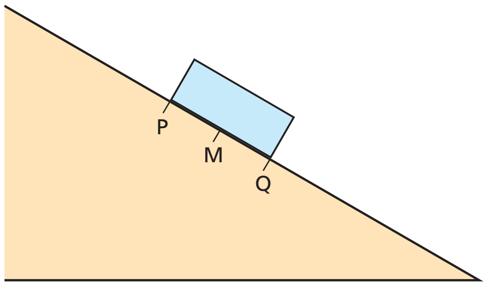
41 A figura a seguir representa uma escada homogênea, em equilíbrio, apoiada em uma parede vertical muito lisa. Reproduza a figura e trace nela o vetor que determina a direção e o sentido da força que a escada recebe do chão.



Resposta:



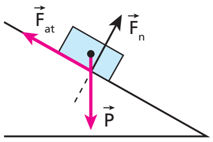
42 A figura representa um paralelepípedo homogêneo em repouso num plano inclinado. **M** é o ponto médio do segmento PQ.
A força normal resultante que o paralelepípedo recebe do plano está aplicada:



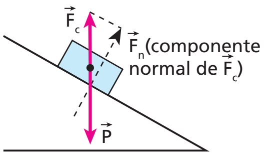
a) no ponto **M**;
b) no ponto **Q**;
c) entre **P** e **M**;
d) entre **M** e **Q**;
e) talvez no ponto **P**.

Resolução:

- Considerando a força normal e a força de atrito como sendo **duas** forças e lembrando que, num corpo em equilíbrio submetido a apenas **três** forças de direções diferentes, elas concorrem num mesmo ponto, temos a situação representada acima.



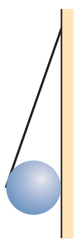
- A força de contato total $\vec{F}_c = \vec{F}_{at} + \vec{F}_n$ que o paralelepípedo recebe do plano inclinado tem de ser oposta ao peso e alinhada com ele.



Portanto, $\vec{F}_n$ está aplicada entre **M** e **Q**.

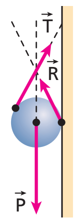
Resposta: d

43 A figura a seguir representa uma esfera homogênea em equilíbrio, sustentada por um fio e apoiada em uma parede vertical nas condições geométricas ilustradas. Reproduzindo a figura:



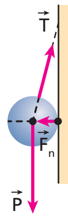
a) indique as forças atuantes na esfera;
b) desenhe a situação de equilíbrio supondo a parede perfeitamente lisa.

Resolução:
a)

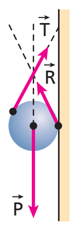


Observe que as três forças atuantes na esfera concorrem num mesmo ponto.

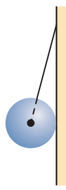
b) Se não houvesse atrito, a reação da parede seria exclusivamente normal:



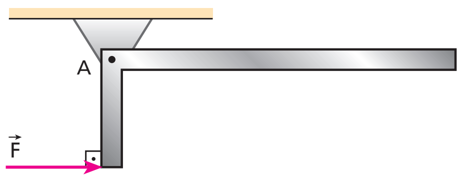
Respostas: a)



; b)

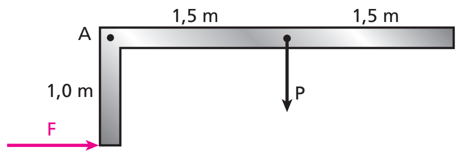


44 Na figura, temos uma barra homogênea de espessura e largura pequenas e uniformes, em forma de **L**, articulada sem atrito em **A**. A parte vertical da barra tem 1,0 m de comprimento, enquanto a parte horizontal mede 3,0 m. Sendo de 120 N o peso total da barra, calcule a intensidade da força horizontal $\vec{F}$, que mantém a barra em equilíbrio.



Resolução:

$4\text{ m} \Rightarrow 120\text{ N}$
$3\text{ m} \Rightarrow P$ $\quad \Rightarrow P = 90\text{ N}$



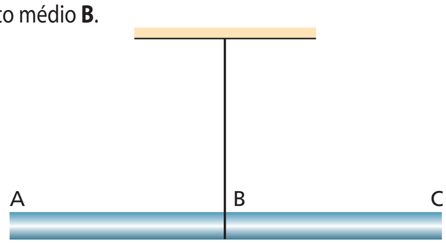
Em relação a A:

$P \cdot 1{,}5 = F \cdot 1{,}0 \Rightarrow \boxed{F = 135\text{ N}}$

Nota : O peso da parte vertical da barra tem momento nulo em relação a **A** porque está alinhado com esse ponto.

Resposta: 135 N

45 A barra AC da figura está em equilíbrio na horizontal, suspensa pelo seu ponto médio **B**.

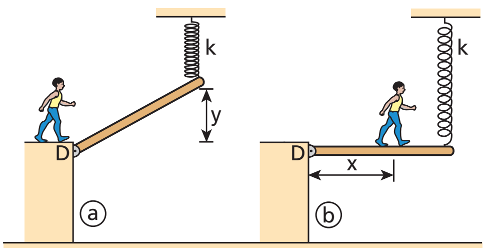


É necessariamente verdade que:
a) a barra é homogênea;
b) as partes AB e BC têm o mesmo peso;
c) os momentos dos pesos das partes AB e BC, em relação a **B**, têm o mesmo valor absoluto;
d) a massa da parte AB é maior que a da parte BC;
e) há mais de uma alternativa correta.

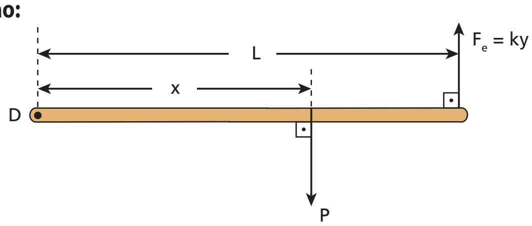
Resolução:
É **possível** que a barra seja homogênea, caso em que os pesos das partes AB e BC são iguais.
Entretanto, também **é possível** que ela não seja homogênea e tenha uma das metades mais pesadas que a outra. Nesse caso, os braços dos pesos das duas metades em relação a **B** serão diferentes, mas, para estar em equilíbrio, os valores absolutos dos momentos desses pesos em relação ao referido ponto serão necessariamente iguais.

Resposta: c

46 (UFC-CE) Na figura a seguir, uma tábua de massa desprezível e comprimento L = 3,0 m é articulada em uma de suas extremidades por meio de uma dobradiça **D**. Sua outra extremidade está presa (a uma altura y = 0,30 m acima da dobradiça) a uma mola ideal, de constante elástica k = 600 N/m (figura **a**). Um menino, de peso P = 300 N, partindo da dobradiça, caminha uma distância **x** sobre a tábua, até ela adquirir o equilíbrio, em posição horizontal (figura **b**). Suponha que a mola, ao se distender, tenha se mantido vertical. Determine o valor de **x**.



Resolução:



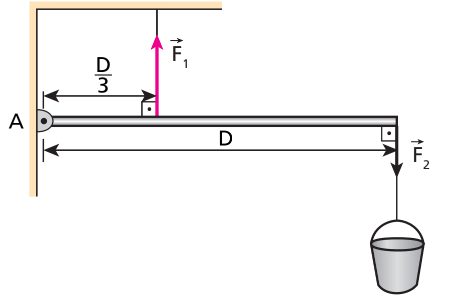
Em relação a D:
$P\,x = F_e\,L = k\,y\,L$

$$x = \frac{k\,y\,L}{P} = \frac{600 \cdot 0,30 \cdot 3,0}{300}$$

$\boxed{x = 1,8\ \text{m}}$

Resposta: 1,8 m

47 (PUC-RS) A figura representa um balde vazio dependurado em uma barra rígida por meio de uma corda. A barra é articulada sem atrito em **A** e está ligada ao teto por outra corda. As trações que as cordas, consideradas ideais, exercem na barra são as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ indicadas.



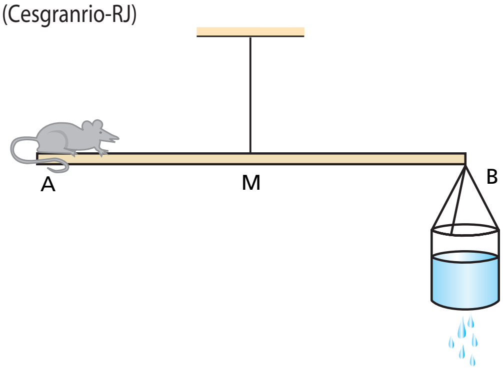
Introduzindo-se no balde uma quantidade de areia de 60 N de peso, qual é o aumento da intensidade da força $\vec{F}_1$?

Resolução:
Em relação ao ponto **A**, a areia produz um acréscimo de momento horário de módulo igual a 60 D. Então, o aumento ΔF_1 da intensidade de $\vec{F}_1$ deve produzir um acréscimo de momento anti-horário, de módulo $\Delta F_1 \, \frac{D}{3}$, igual a 60 D:

$$\Delta F_1 \, \frac{D}{3} = 60\,D \Rightarrow \boxed{\Delta F_1 = 180\ \text{N}}$$

Resposta: 180 N

48 (Cesgranrio-RJ)



Na figura acima, uma haste AB, homogênea e de seção reta uniforme, medindo 2,4 m, é suspensa pelo seu ponto médio **M**, por meio de um arame.
Na extremidade **B**, há um recipiente de massa desprezível contendo água, enquanto, na extremidade **A**, há um camundongo de massa 250 g. Nessa situação, a haste se mantém em repouso na posição horizontal.
Em determinado instante, o recipiente começa a vazar água na razão de 75 g/s e, em conseqüência disso, o camundongo passa a se mover no sentido de **A** para **M**, de modo a manter a haste na sua posição inicial. Para isso, qual deve ser o módulo **v** da velocidade do camundongo, em m/s?

Resolução:
Sejam:
m_1: massa de água que vaza por segundo (m_1 = 75 g);
m_2: massa do camundongo (m_2 = 250 g);
g: módulo da aceleração da gravidade;
Δs: deslocamento do camundongo em cada segundo.

Em cada segundo, em relação a **M** e em valor absoluto, a perda de momento horário ($m_1\,g\,\overline{MB}$) tem de ser igual à perda de momento anti-horário ($m_2\,g\,\Delta s$):

$m_2\,g\,\Delta s = m_1\,g\,\overline{MB}$

$250\,\Delta s = 75 \cdot 1{,}2 \;\Rightarrow\; \Delta s = 0{,}36\text{ m}$

Então: $\boxed{v = 0{,}36\text{ m/s}}$

Resposta: 0,36 m/s

49 Uma viga prismática e homogênea, de 5,0 m de comprimento e 120 kg de massa, encontra-se em equilíbrio presa em uma corda e apoiada no chão, como mostra a figura 1. Na figura 2, uma pessoa de 50 kg se dependura na viga, mantendo-a em equilíbrio na horizontal.

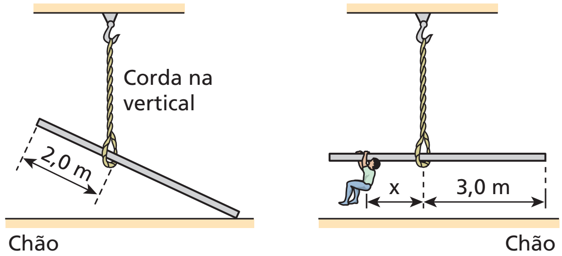


Figura 1 Figura 2

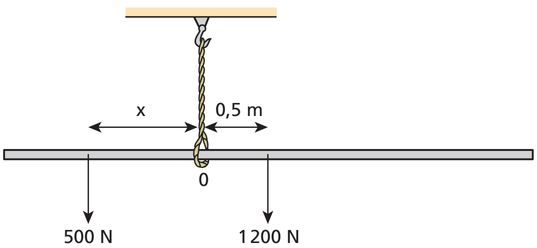
Calcule:

a) o comprimento **x** indicado na figura 2;

b) a intensidade da força que a viga recebe do chão na figura 1, considerando $g = 10\text{ m/s}^2$.

Resolução:

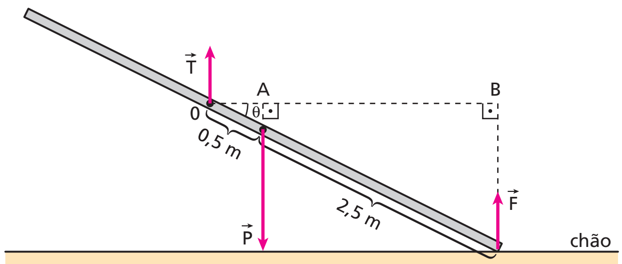
a)



Em relação a **O**, temos, em valor absoluto:

$1\,200 \cdot 0{,}5 = 500\,x \Rightarrow \boxed{x = 1{,}2\text{ m}}$

b) Para que a resultante das forças seja nula, sendo $\vec{T}$ e $\vec{P}$ verticais, $\vec{F}$ necessariamente vertical.



Em relação a **O**, temos, em valor absoluto:

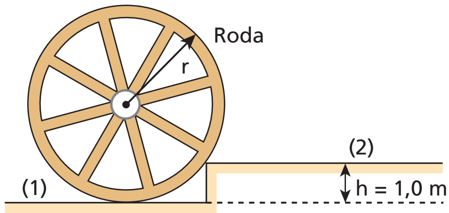
$P \cdot OA = F \cdot OB$

$1\,200 \cdot 0{,}5 \cos\theta = F \cdot 3{,}0 \cos\theta$

$\boxed{F = 200\text{ N}}$

Respostas: a) 1,2 m; b) 200 N

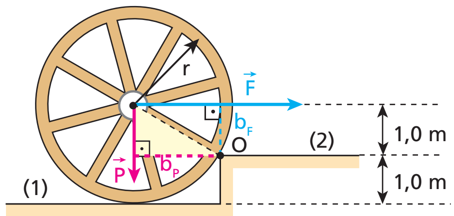
50 E.R. Na figura, temos uma roda, de peso igual a $100\sqrt{3}$ kgf e raio **r** igual a 2,0 m, que deve ser erguida do plano horizontal (1) para o plano horizontal (2). Calcule a intensidade da força horizontal, aplicada no centro de gravidade da roda, capaz de erguê-la, sabendo que o centro de gravidade da roda coincide com seu centro geométrico.



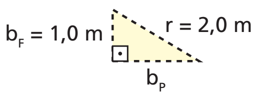
Resolução:

Na figura a seguir, estão representados o peso $\vec{P}$ da roda e a força horizontal $\vec{F}$ que vai erguê-la. A força que ela recebe em **O** não está representada porque vamos usar esse ponto para o cálculo dos momentos. Desse modo, o momento dessa força será nulo.

Observemos que a roda, assim que começar a subir, deixará de receber força normal do plano (1).



No triângulo destacado, temos:



$$r^2 = b_F^2 + b_P^2 \text{ (Teorema de Pitágoras)}$$

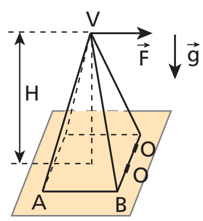
$$2{,}0^2 = 1{,}0^2 + b_P^2 \;\Rightarrow\; b_P = \sqrt{3{,}0}\text{ m}$$

Para a roda ser erguida, em relação ao ponto **O**, o módulo do momento horário de $\vec{F}$ tem de ser maior que o módulo do momento anti-horário de $\vec{P}$:

$$F\,b_F > P\,b_P$$

$$F \cdot 1{,}0 > 100\sqrt{3} \cdot \sqrt{3{,}0} \;\Rightarrow\; \boxed{F > 300\text{ kgf}}$$

51 (Fuvest-SP) Uma pirâmide reta, de altura **H** e base quadrada de lado **L**, com massa **m** uniformemente distribuída, está apoiada sobre um plano horizontal. Uma força $\vec{F}$ com direção paralela ao lado AB é aplicada no vértice **V**. Dois pequenos obstáculos **O**, fixos no plano, impedem que a pirâmide se desloque horizontalmente. A força $\vec{F}$ capaz de fazer tombar a pirâmide deve ser tal que:



a) $|\vec{F}| > \dfrac{m\,g\,H}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + H^2}}$;

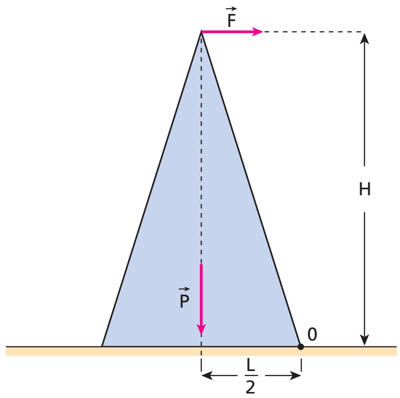
b) $|\vec{F}| > m\,g$;

c) $|\vec{F}| > \dfrac{m\,g\,H}{\left(\frac{L}{2}\right)}$;

d) $|\vec{F}| > \dfrac{m\,g\left(\frac{L}{2}\right)}{H}$;

e) $|\vec{F}| > \dfrac{m\,g\left(\frac{L}{2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + H^2}}$.

Resolução:

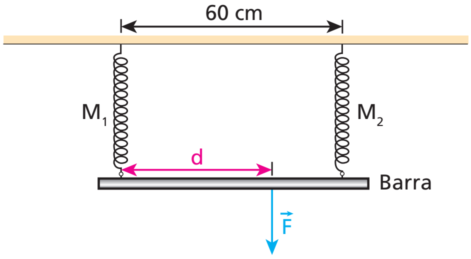


Em relação a **O**, o módulo do momento horário de $\vec{F}$ deve ser maior que o módulo do momento anti-horário de $\vec{P}$:

$$F\,H > m\,g\left(\frac{L}{2}\right) \Rightarrow \boxed{F > \frac{m\,g\left(\frac{L}{2}\right)}{H}}$$

Resposta: d

52 Uma barra leve encontra-se em equilíbrio dependurada em duas molas M_1 e M_2, de constantes elásticas iguais a 200 N/m e 600 N/m respectivamente. Uma força $\vec{F}$, vertical para baixo, é aplicada na barra, atingindo-se uma nova situação de equilíbrio na qual a barra permanece na horizontal.



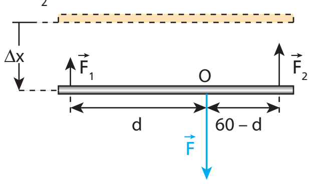
Calcule:

a) a distância **d** indicada na figura;

b) o deslocamento da barra da primeira para a segunda situação de equilíbrio supondo a intensidade de $\vec{F}$ igual a 120 N.

Resolução:

a) $K_1 = 200$ N/m e $K_2 = 600$ N/m



Em relação a **O**, temos, em valor absoluto:

$F_1\,d = F_2\,(60 - d)$, com **d** em cm.

$K_1\,\Delta x\,d = K_2\,\Delta x\,(60 - d)$

$200\,d = 600\,(60 - d) \Rightarrow \boxed{d = 45\text{ cm}}$

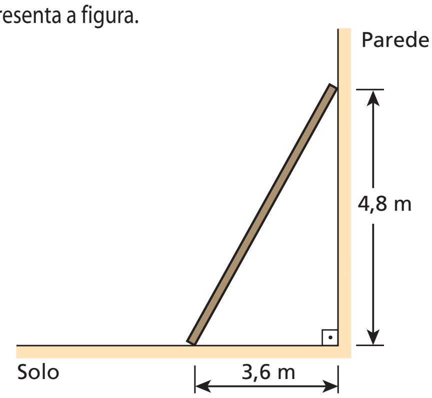
b) $F = F_1 + F_2 = K_1\,\Delta x + K_2\,\Delta x$

$120 = 200\Delta x + 600\Delta x$

$\boxed{\Delta x = 0{,}15\text{ m} = 15\text{ cm}}$

Respostas: a) 45 cm; b) 15 cm

53 Uma viga prismática e homogênea, de 6,0 m de comprimento e 360 N de peso, é posicionada apoiando-se em uma parede e no solo, como representa a figura.



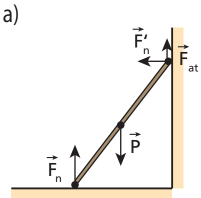
Supondo:

a) que exista atrito entre a viga e a parede, mas não entre a viga e o solo, responda: é possível que ela fique em equilíbrio, como na figura?

b) que não exista atrito entre a viga e a parede, calcule, no equilíbrio, as intensidades das componentes da força de contato que a viga recebe do solo (força normal $\vec{F}_n$ e força de atrito $\vec{F}_{at}$).

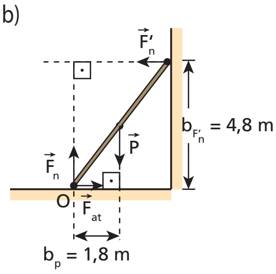
Resolução:

a)



Não é possível porque a força resultante não será nula na horizontal: não existe nenhuma força para equilibrar $\vec{F}'_n$.

b)



Resultante nula vertical:

$F_n = P \Rightarrow \boxed{F_n = 360\text{ N}}$

Em relação a **O**, temos, em valor absoluto:

$P\,b_p = F'_n\,b_{F'_n} \Rightarrow 360\ \ 1{,}8 = F'_n \cdot 4{,}8$

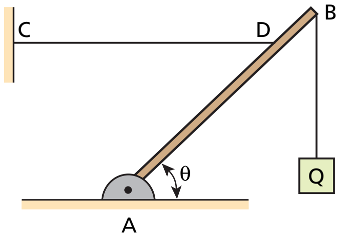
$\boxed{F'_n = 135\text{ N}}$

Resultante nula na horizontal: $F_{at} = F'_n$

$\boxed{F_{at} = 135\text{ N}}$

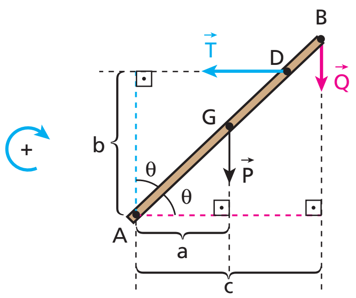
Respostas: a) Não é possível porque a força resultante não será nula na horizontal: não existe nenhuma força para equilibrar $\vec{F}'_n$.
b) $F_n = 360$ N; $F_{at} = 135$ N

54 E.R. (FEI-SP) No esquema, AB representa uma viga prismática e homogênea de peso P = 30 kgf e CD representa um cabo horizontal de peso desprezível:



São dados AD = 300 cm, DB = 100 cm e θ = 45°. A viga é articulada sem atrito em **A** e suporta em **B** um corpo de peso Q = 120 kgf. Determine o esforço no cabo e as componentes horizontal e vertical da força que a viga recebe na articulação em **A**.

Resolução:
Impondo Σ M = 0 em relação a **A**, podemos ignorar a força que a viga recebe da articulação (momento nulo). Desse modo, as únicas forças de interesse nesse cálculo estão esquematizadas na figura a seguir:



Q = 120 kgf
P = 30 kgf

$$a = AG \cdot \cos\theta = 200\ cm \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 100\sqrt{2}\ cm$$

$$b = AD \cdot \cos\theta = 300\ cm \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 150\sqrt{2}\ cm$$

$$c = AB \cdot \cos\theta = 400\ cm \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 200\sqrt{2}\ cm$$

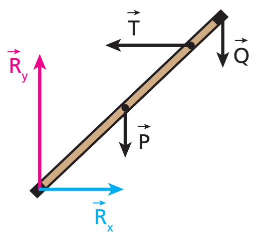
Fazendo Σ M = 0 em relação a **A**, temos:

$$P\,a + Q\,c - T\,b = 0$$

$$30 \cdot 100\sqrt{2} + 120 \cdot 200\sqrt{2} - T \cdot 150\sqrt{2} = 0$$

$$\boxed{T = 180\ kgf}$$

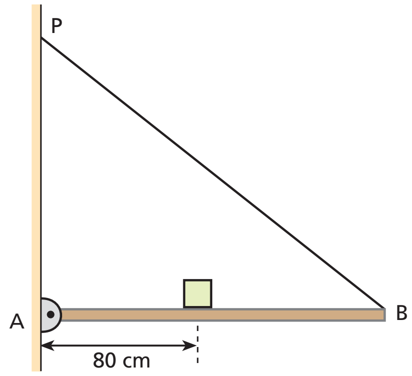
Na articulação, a viga recebe uma força cuja componente horizontal $\vec{R}_x$ equilibra $\vec{T}$ e cuja componente vertical $\vec{R}_y$ equilibra $\vec{P}$ e $\vec{Q}$:



$$R_x = T \Rightarrow \boxed{R_x = 180\ kgf}$$

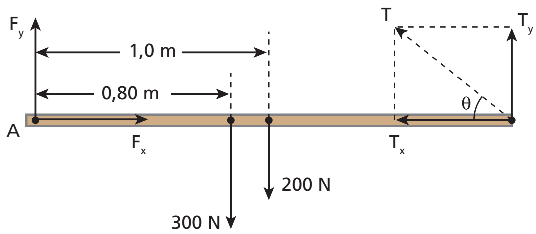
$$R_y = P + Q = 30 + 120 \Rightarrow \boxed{R_y = 150\ kgf}$$

55 Uma barra AB, prismática e homogênea, de peso 200 N e comprimento 2,0 m, encontra-se em equilíbrio na horizontal. Ela está conectada a uma parede por meio de uma corda leve BP e sustenta um cubo homogêneo de peso 300 N, como representa a figura:



Supondo que a barra se articule praticamente sem atrito em **A**, determine as componentes horizontal e vertical da força recebida por ela nessa articulação. A distância AP é igual a 2,2 m.

Resolução:
• Forças na barra:



• Em relação a **A**:
$300 \cdot 0{,}80 + 200 \cdot 1{,}0 = Ty \cdot 2{,}0 \Rightarrow Ty = 220\ N$

• $\text{tg}\,\theta = \frac{T_Y}{T_X} \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{T_Y}{T_X} \Rightarrow \frac{2{,}2}{2{,}0} = \frac{220}{T_X} \Rightarrow T_x = 200N$

• A força resultante na barra é nula:

• $F_x = T_x \Rightarrow \boxed{F_x = 200\ N}$

• $F_y + T_y = 300 + 200 \Rightarrow F_y + 220 = 500 \Rightarrow \boxed{F_y = 280\ N}$

Resposta: Horizontal: 200 N para a direita;
Vertical: 280 N para cima.

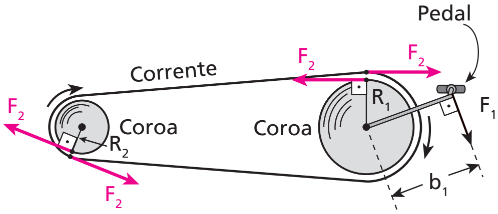
56 E.R. Uma bicicleta equipada com um câmbio de várias marchas possui algumas rodas dentadas (coroas) ligadas ao pedal e outras ligadas ao eixo da roda traseira (roda motriz). Essas coroas têm raios (R_i) diferentes. Para cada par de coroas acopladas pela corrente, temos uma marcha. Com relação à diversidade dos raios das coroas, qual é a melhor escolha (melhor marcha):

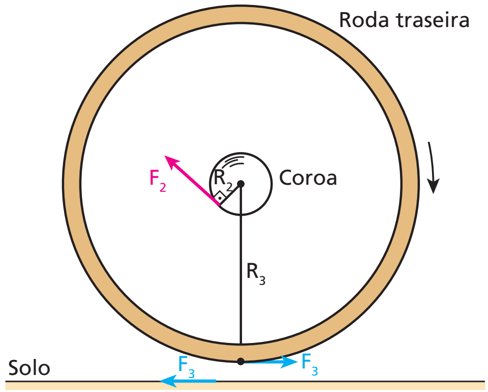
a) numa subida muito acentuada, situação em que o fundamental é conseguir subir, e não desenvolver altas velocidades?
b) quando se pretende desenvolver altas velocidades, numa pista horizontal?

Resolução:

Em todo o desenvolvimento desta resolução, expressaremos os torques em relação ao centro das coroas. Além disso, as coroas serão consideradas em equilíbrio de rotação, isto é, em movimento de rotação com velocidade angular constante. Assim, em módulo, os torques horário e anti-horário serão sempre iguais.

Nas figuras a seguir, estão representadas as forças relevantes à análise que vamos fazer. É bom lembrar que, com as coroas em equilíbrio de rotação, a intensidade (F_2) da tração em todos os pontos da corrente é a mesma.





No sistema constituído pelo pedal e pela coroa nele ligada, temos:

$$F_1 b_1 = F_2 R_1 \Rightarrow F_2 = \frac{F_1 b_1}{R_1}$$

No sistema constituído pela roda traseira e pela coroa correspondente, temos:

$$F_3 R_3 = F_2 R_2 \Rightarrow F_3 R_3 = \frac{F_1 b_1}{R_1} \cdot R_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_3 = F_1 \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \overbrace{\frac{b_1}{R_3}}^{\text{constante}}$$

a) A última expressão obtida permite concluir que, para um determinado valor de F_1, quanto **maior** for R_2 e **menor** for R_1, **maior será** F_3, ou seja, mais intensa será a força motriz que a bicicleta receberá do solo. Então, essa é a melhor combinação:

Menor coroa ligada ao pedal e maior coroa da roda traseira.

Como vimos no Tópico 4 de Cinemática, as frequências de rotação das coroas combinadas são inversamente proporcionais aos seus raios:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \Rightarrow 2\pi f_1 R_1 = 2\pi f_2 R_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow f_2 = f_1 \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Note, então, que R_1 menor e R_2 maior minimizam f_2, que é a frequência da roda traseira (roda motriz). Por isso, altas velocidades não são conseguidas nessa situação.

b) Nesse caso, devemos maximizar f_2. Para tanto, interessam o **maior** valor de R_1 e o **menor** valor de R_2. Então, a melhor combinação é:

Maior coroa ligada ao pedal e menor coroa da roda traseira.

Nota:

- Veja que R_1 maior e R_2 menor tornam F_3 pequena. Isso, entretanto, não é importante, porque não são necessárias forças de grande intensidade para acelerar a bicicleta numa pista horizontal.

57 (Enem) Com relação ao funcionamento de uma bicicleta de marchas, em que cada marcha é uma combinação de uma das coroas dianteiras com uma das coroas traseiras, são formuladas as seguintes afirmativas:

I. Numa bicicleta que tenha duas coroas dianteiras e cinco traseiras, temos um total de dez marchas possíveis, em que cada marcha representa a associação de uma das coroas dianteiras com uma das traseiras.

II. Em alta velocidade, convém acionar a coroa dianteira de maior raio com a coroa traseira de maior raio também.

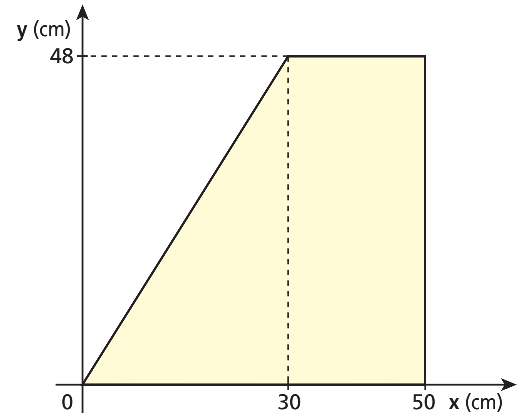
III. Em uma subida íngreme, convém acionar a coroa dianteira de menor raio e a coroa traseira de maior raio.

Entre as afirmações acima, estão corretas:

a) I e III apenas.
b) I, II e III.
c) I e II apenas.
d) II apenas.
e) III apenas.

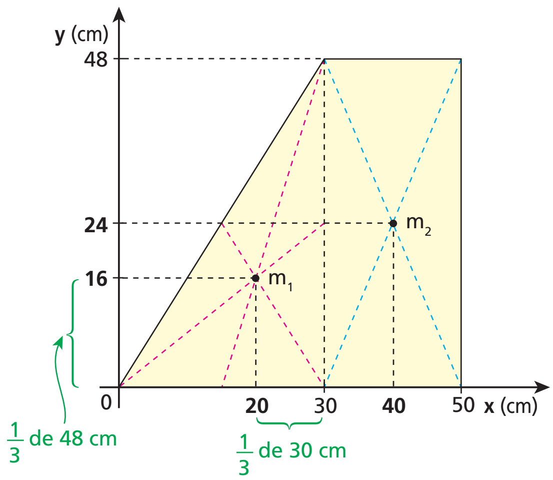
Resposta: a

58 E.R. Localize o centro de gravidade da chapa homogênea e de espessura uniforme, representada na figura:



Resolução:

Podemos dividir a chapa em duas partes: uma triangular, de massa m_1 e área A_1, cujo centro de gravidade está no baricentro do triângulo (ponto de encontro das medianas), e outra retangular, de massa m_2 e área A_2, cujo centro de gravidade está no cruzamento das diagonais.



$A_1 = \frac{30 \cdot 48}{2} \Rightarrow A_1 = 720\ cm^2$ $\quad x_1 = 20\ cm \quad x_2 = 40\ cm$

$A_2 = 20 \cdot 48 \Rightarrow A_2 = 960\ cm^2$ $\quad y_1 = 16\ cm \quad y_2 = 24\ cm$

Como a chapa é homogênea e tem espessura uniforme, a razão entre as massas de suas partes e as respectivas áreas é constante:

$$\frac{m_1}{A_1} = \frac{m_2}{A_2} \Rightarrow m_1 = m_2 \frac{A_1}{A_2} \qquad \text{(I)}$$

Temos: $x_{CG} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ (II)

Substituindo (I) em (II), obtemos:

$$x_{CG} = \frac{m_2 \frac{A_1}{A_2} x_1 + m_2 x_2}{m_2 \frac{A_1}{A_2} + m_2} \Rightarrow x_{CG} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2} \qquad \text{(III)}$$

Analogamente, temos:

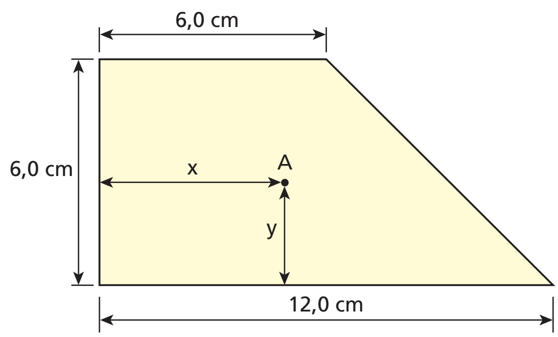
$$y_{CG} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} \qquad \text{(IV)}$$

Substituindo em (III) e (IV) os valores de A_1, A_2, x_1, x_2, y_1 e y_2, obtemos:

$$x_{CG} = \frac{720 \cdot 20 + 960 \cdot 40}{720 + 960} \Rightarrow \boxed{x_{CG} = 31{,}4\ cm}$$

$$y_{CG} = \frac{720 \cdot 16 + 960 \cdot 24}{720 + 960} \Rightarrow \boxed{y_{CG} = 20{,}6\ cm}$$

59 (Mack-SP) Na figura a seguir, para que a placa homogênea e de espessura uniforme permaneça em equilíbrio indiferente ao ser suspensa pelo ponto **A**, as distâncias **x** e **y** devem valer, respectivamente:



a) 3,0 cm e 2,0 cm.

b) 2,0 cm e 3,0 cm.

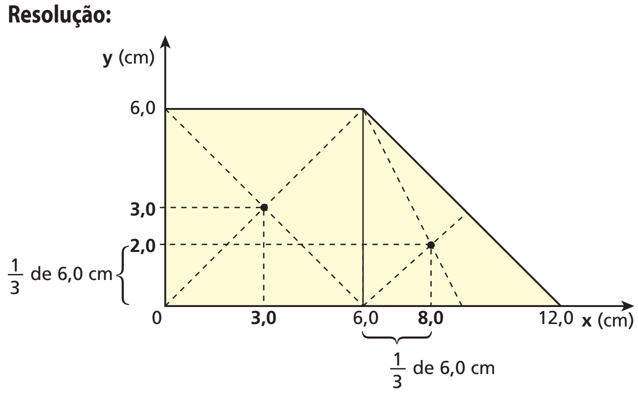
c) 6,0 cm e 3,0 cm.

d) $\frac{14}{3}$ cm e $\frac{8}{3}$ cm.

e) $\frac{8}{3}$ cm e $\frac{14}{3}$ cm.

Nota: O ponto **A** é o centro de gravidade da placa.

Resolução:



A área da parte quadrada é o dobro da área da triangular. Então, se **m** é a massa da triangular, a da quadrada é **2m**:

$$x_{CG} = \frac{2m \cdot 3{,}0 + m \cdot 8{,}0}{2m + m} \Rightarrow \boxed{x_{CG} = \frac{14}{3}\ cm}$$

$$y_{CG} = \frac{2m \cdot 3{,}0 + m \cdot 2{,}0}{2m + m} \Rightarrow \boxed{y_{CG} = \frac{8}{3}\ cm}$$

Resposta: d

60 (UFRN) Rafael gosta de fazer "pegadinhas" com seus colegas. Ele começou demonstrando um exercício físico de flexibilidade, tocando os pés sem flexionar os joelhos (figura 1). O bem-humorado Rafael, com ar de gozação, disse que seus colegas não seriam capazes de fazer esse exercício sem perder o equilíbrio do corpo e, por isso, daria a chance de eles realizarem o exercício encostados na parede (figura 2).

Figura 1 – Exercício feito por Rafael.

Figura 2 – Colega de Rafael encostado na parede, tentando repetir o exercício.

Esse procedimento proposto por Rafael, em vez de auxiliar, dificulta ainda mais o equilíbrio corporal da pessoa, pois a parede faz com que:

a) o centro de gravidade da pessoa seja deslocado para uma posição que impede o equilíbrio.

b) a força normal exercida na pessoa, pela parede, seja maior que a força que a pessoa faz na parede.

c) o torque exercido na pessoa, pela parede, seja maior que o torque que a pessoa faz na parede, ambos em relação aos pés da pessoa.

d) o centro de gravidade da pessoa não coincida com o seu próprio centro de massa.

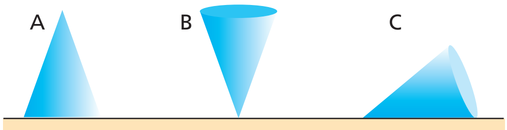
Resolução:

Para o corpo da pessoa se manter em equilíbrio, a vertical que passa pelo seu centro de gravidade precisa interceptar a menor superfície convexa determinada pelos pontos de apoio dos pés no chão:

Isso não acontece quando a pessoa permanece encostada na parede.

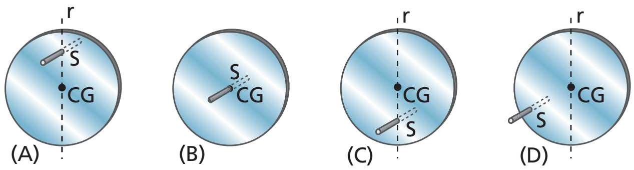
Resposta: a

61 De que tipo é o equilíbrio dos cones homogêneos **A**, **B** e **C** representados na figura: **estável**, **instável** ou **indiferente**?



Respostas: A: estável; **B:** instável; **C:** indiferente.

62 Nas figuras abaixo, temos um disco, cujo centro de gravidade é CG, que pode girar praticamente sem atrito em torno do pino de sustentação **S**.

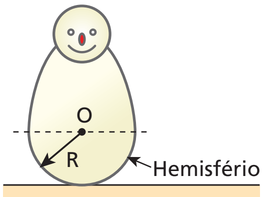


r é uma reta vertical

A cada figura, associe uma das alternativas seguintes:
a) Posição de equilíbrio estável.
b) Posição de equilíbrio instável.
c) Posição de equilíbrio indiferente.
d) Posição em que o disco não está em equilíbrio.

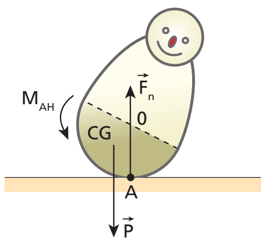
Respostas: a) A; b) C; c) B; d) D

63 Existe um boneco que insiste em ficar em pé após sofrer qualquer abalo. Imaginando sua base hemisférica de raio **R** e centro **O**, podemos afirmar que esse brinquedo exemplifica bem o equilíbrio:



a) estável, e seu centro de gravidade (CG) está acima de **O**.
b) estável, e seu CG está abaixo de **O**.
c) indiferente, e seu CG está em **O**.
d) estável, e seu CG está no contato com o chão.
e) instável, e seu CG está abaixo de **O**.

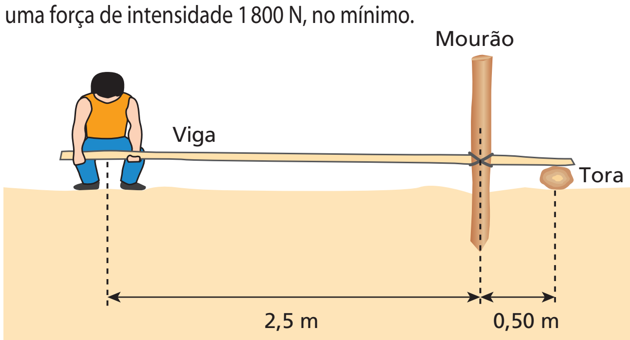
Resolução:



Quando o boneco é tombado, o peso $\vec{P}$ produz um momento em relação ao poto de apoio **A** e ele volta a ficar de pé.

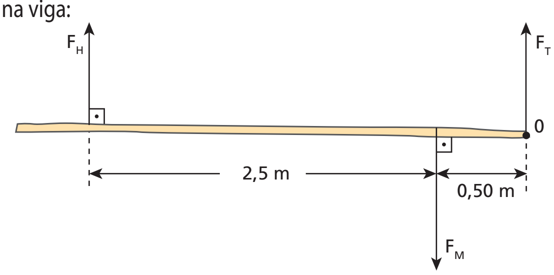
Resposta: b

64 Suponha que, para arrancar um mourão fincado no chão, um homem, puxando-o diretamente com as mãos, tivesse de exercer nele uma força de intensidade 1 800 N, no mínimo.



Usando uma viga amarrada no mourão e apoiada em uma tora, como sugere a figura, determine a mínima intensidade da força que o homem precisa exercer na viga para arrancar o mourão. Para simplificar, desconsidere o peso da viga e suponha que a força total exercida nela pelo homem esteja aplicada no ponto médio entre suas mãos.

Resolução:
• Forças na viga:

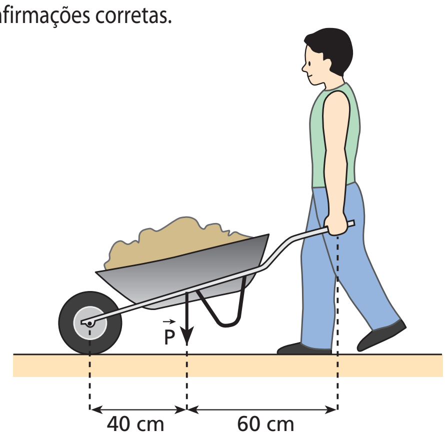


• E relação a **O**:
$F_H \cdot 3{,}0 = F_M \cdot 0{,}50 \Rightarrow F_H \cdot 3{,}0 = 1\,800 \cdot 0{,}50$

$\boxed{F_H = 300\text{ N}}$

Resposta: 300 N

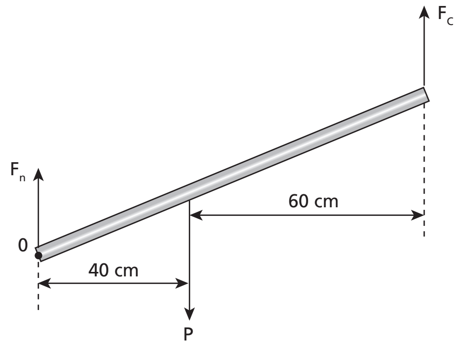
65 (UFMS) Um carrinho de pedreiro, de peso total P = 1 000 N, é mantido em equilíbrio estático na posição mostrada na figura. Analise as afirmações a seguir e dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.



(01) O módulo da força exercida pelo carregador é igual ao do peso do carrinho.
(02) O módulo da força exercida pelo carregador é 400 N.
(04) A força resultante sobre o carrinho é nula.
(08) O módulo da força normal exercida pelo solo sobre o carrinho é menor que 1 000 N.

Resolução:

• Forças no carrinho:



• Em relação a **O**:

$P \cdot 40 \text{ cm} = F_c \cdot 100 \text{ cm}$

$1\,000 \text{ N} \cdot 40 \text{ cm} = F_c \cdot 100 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{F_c = 400 \text{ N}}$

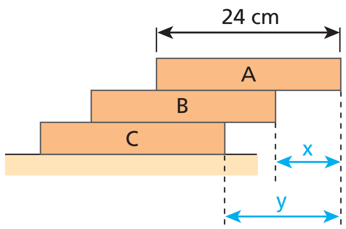
• $F_n + F_c = P \Rightarrow F_n + 400 = 1\,000 \Rightarrow \boxed{F_n = 600 \text{ N}}$

Portanto, são corretas as afirmações 02, 04 e 08.

Resposta: 14

66 E.R. Na figura, temos três tijolos idênticos de 24 cm de comprimento empilhados.

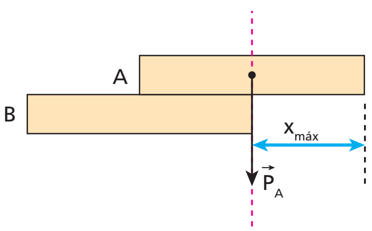
Determine os máximos valores de **x** e de **y** para que a pilha ainda se mantenha em equilíbrio, como mostra a figura.



Resolução:

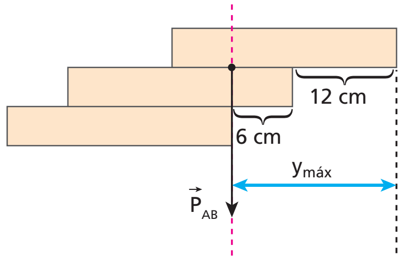
Para que a pilha se mantenha em equilíbrio, devemos impor que o tijolo **A** esteja em equilíbrio sobre **B** e que o conjunto AB esteja em equilíbrio sobre **C**.

Para o tijolo **A** estar em equilíbrio sobre **B**, é preciso que a linha de ação do peso de **A** intercepte a região de apoio de **A** sobre **B**. Assim, o máximo valor de **x** é 12 cm:



$$\boxed{x_{máx} = 12 \text{ cm}}$$

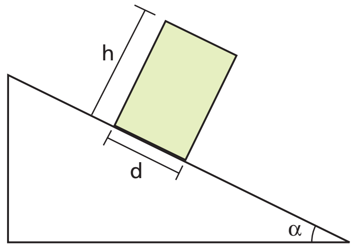
Para o conjunto AB estar em equilíbrio sobre **C**, é preciso que a linha de ação do peso de AB intercepte a região de apoio de AB sobre **C**.



Assim, temos:

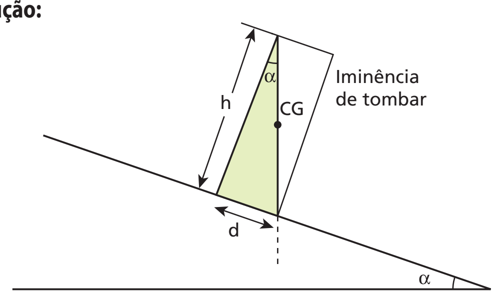
$$\boxed{y_{máx} = 18 \text{ cm}}$$

67 (ITA-SP) Considere um bloco de base **d** e altura **h** em repouso sobre um plano inclinado de ângulo **α**. Suponha que o coeficiente de atrito estático seja suficientemente grande para que o bloco não deslize pelo plano. O valor máximo da altura **h** do bloco para que a base **d** permaneça em contato com o plano é:



a) d/α.
b) d/sen α.
c) d/sen² α.
d) d cotg α.
e) d cotg α/sen α.

Resolução:



No triângulo destacado:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{d}{h} \Rightarrow \frac{1}{\text{cotg}\,\alpha} = \frac{d}{h} \Rightarrow \boxed{h = d\,\text{cotg}\,\alpha}$$

Resposta: d

68 (UFRJ) A figura 1 mostra o braço de uma pessoa (na horizontal) que sustenta um bloco de 10 kg em sua mão. Nela, estão indicados os ossos úmero e rádio (que se articulam no cotovelo) e o músculo bíceps.

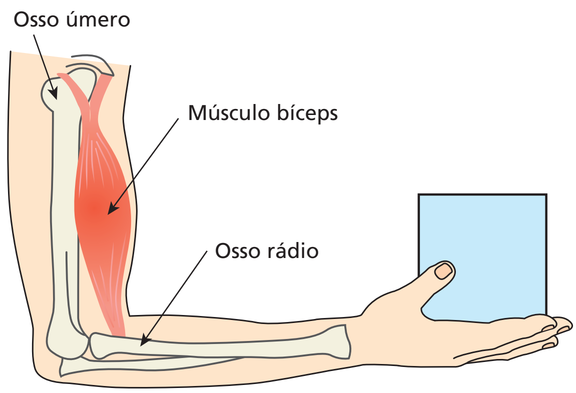


Figura 1

A figura 2 mostra um modelo mecânico equivalente: uma barra horizontal articulada em **O**, em equilíbrio, sustentando um bloco de 10 kg. A articulação em **O** é tal que a barra pode girar livremente, sem atrito, em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura em **O**. Na figura 2, estão representados por segmentos orientados:

- a força $\vec{F}$ exercida pelo bíceps sobre o osso rádio, que atua a 4 cm da articulação **O**;
- a força $\vec{f}$ exercida pelo osso úmero sobre a articulação **O**;
- o peso $\vec{p}$ do sistema braço–mão, de massa igual a 2,3 kg e aplicado em seu centro de massa, a 20 cm da articulação **O**;
- o peso $\vec{P}$ do bloco, cujo centro de massa se encontra a 35 cm da articulação **O**.

Calcule o módulo da força $\vec{F}$ exercida pelo bíceps sobre o osso rádio, considerando $g = 10\ m/s^2$.

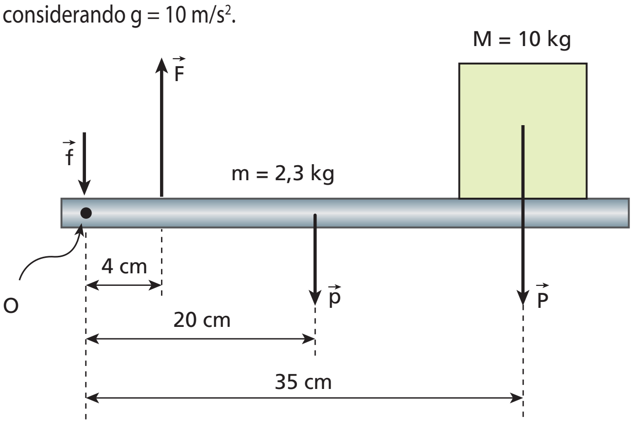


Figura 2

Resolução:
- $p = 23\ N$; $P = 100\ N$; $F = ?$
- Em relação a **O**:

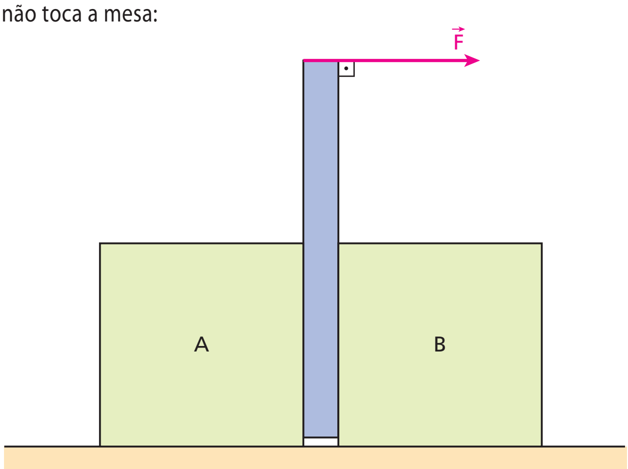
$F \cdot 4\ cm = p \cdot 20\ cm + P \cdot 35\ cm$

$\Rightarrow F \cdot 4 = 23 \cdot 20 + 100 \cdot 35$

$\boxed{F = 990\ N}$

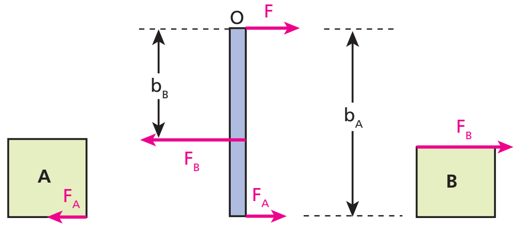
Resposta: 990 N

69 A figura a seguir representa duas caixas idênticas, **A** e **B**, apoiadas em uma mesa horizontal real. Entre elas, há uma barra que não toca a mesa:



Qual das duas caixas se move primeiro quando uma força horizontal $\vec{F}$ de intensidade crescente é aplicada na extremidade superior da barra?

Resolução:



A barra empurra **B** para a direita, recebendo uma reação para a esquerda, e empurra **A** para a esquerda, recebendo uma reação para a direita. Considerando a barra ainda em equilíbrio, temos, em relação a **O** e em valor absoluto:

$F_A b_A = F_B b_B$

Como $b_B < b_A \Rightarrow F_B > F_A$, concluímos que a caixa **B** se move antes.

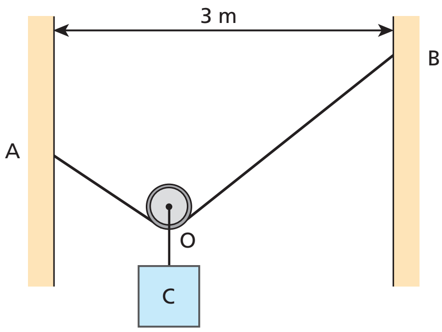
Podemos chegar à mesma conclusão de um modo mais simples: estando a barra em equilíbrio, temos:

$F_B = F + F_A$

Então, F_B é maior que F_A e a caixa **B** move-se antes.

Resposta: B

70 Na figura, temos duas paredes verticais, um fio ideal de 5 m de comprimento preso aos pontos **A** e **B** das paredes, uma polia ideal e um corpo **C**, suspenso em equilíbrio do eixo da polia, de 400 N de peso:



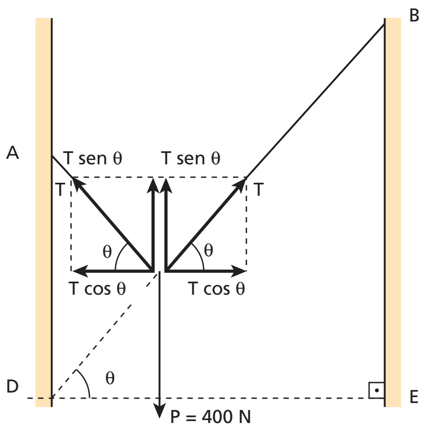
Responda:

a) Qual a intensidade da tração no fio?

b) A intensidade da tração no fio depende do desnível entre **A** e **B**?

Resolução:

a)



$2\,T \text{ sen } \theta = P$

$T = \dfrac{400}{2 \text{ sen } \theta}$ (I)

O triângulo BED é retângulo. Como $\overline{DE}$ = 3 m e $\overline{DB}$ = 5 m, temos $\overline{BE}$ = 4 m

Assim:

$\text{sen } \theta = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{DB}} = \dfrac{4}{5}$

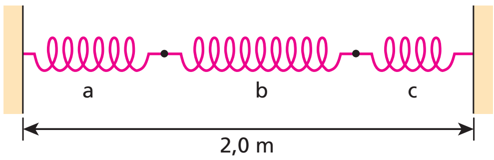
Em (I):

$T = \dfrac{400}{2 \cdot \frac{4}{5}} \Rightarrow \boxed{T = 250\text{ N}}$

b) Não depende porque esse desnível não participa do cálculo de **T**.

Respostas: a) 250 N; b) Não depende porque esse desnível não participa do cálculo de **T**.

71 (IME-RJ) Três molas, **a**, **b** e **c**, têm comprimento natural ℓ_a = 0,5 m, ℓ_b = 0,6 m e ℓ_c = 0,7 m e constante elástica k_a = 10 N/m, k_b = 15 N/m e k_c = 18 N/m. Elas são ligadas entre si e estiradas entre duas paredes distantes 2,0 metros uma da outra, onde as extremidades estão fixadas, conforme a figura a seguir. Qual o comprimento de cada uma das molas estiradas, em equilíbrio?



Resolução:

Comprimento natural da associação de molas:

0,5 m + 0,6 m + 0,7 m = 1,8 m

Sendo x_a, x_b e x_c as deformações das molas, devemos ter:

$x_a + x_b + x_c = 2{,}0\text{ m} - 1{,}8\text{ m} = 0{,}2\text{ m}$ (I)

Como a força elástica tem a mesma intensidade **F** nas três molas e $x = \dfrac{F}{k}$, temos, em (I):

$\dfrac{F}{10} + \dfrac{F}{15} + \dfrac{F}{18} = 0{,}2 \Rightarrow 9F + 6F + 5F = 18$

$20\,F = 18 \Rightarrow F = 0{,}9\text{ N}$

Assim, sendo **a**, **b** e **c** os comprimentos das molas deformadas:

$x_a = \dfrac{F}{10} = \dfrac{0{,}9}{10} \Rightarrow x_a = 9\text{ cm} \Rightarrow a = \ell_a + x_a$

$\boxed{a = 59\text{ cm}}$

$x_b = \dfrac{F}{15} = \dfrac{0{,}9}{15} \Rightarrow x_b = 6\text{ cm} \Rightarrow b = \ell_b + x_b$

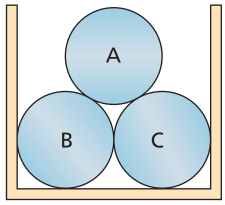
$\boxed{b = 66\text{ cm}}$

$x_c = \dfrac{F}{18} = \dfrac{0{,}9}{18} \Rightarrow x_c = 5\text{ cm} \Rightarrow c = \ell_c + x_c$

$\boxed{c = 75\text{ cm}}$

Respostas: a = 59 cm; b = 66 cm; c = 75 cm

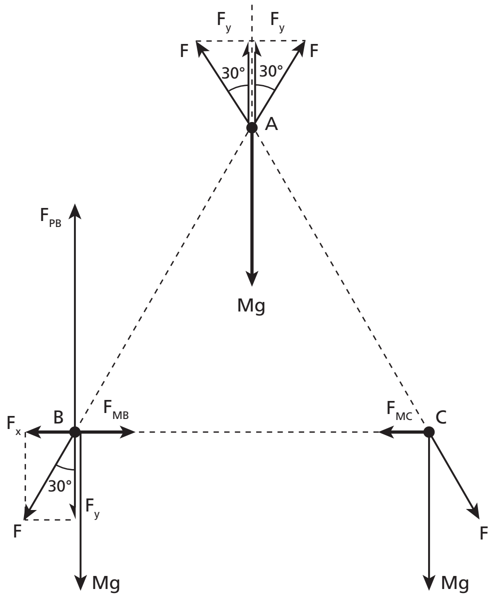
72 (Fuvest-SP) Três cilindros iguais, **A**, **B** e **C**, cada um com massa **M** e raio **R**, são mantidos empilhados com seus eixos horizontais, por meio de muretas laterais verticais, como mostra a figura. Desprezando qualquer efeito de atrito, determine, em função de **M** e **g**:



a) o módulo da força $\vec{F}_{AB}$ que o cilindro **A** exerce sobre o cilindro **B**;
b) o módulo da força $\vec{F}_{PB}$ que o piso exerce sobre o cilindro **B**;
c) o módulo da força $\vec{F}_{MC}$ que a mureta exerce sobre o cilindro **C**.

Nota:
- Suponha que os cilindros **B** e **C**, ao serem introduzidos no sistema, ficaram apenas justapostos, sem qualquer compressão entre eles.

Resolução:



a) $F_{AB} = F$

Equilíbrio de **A**:

$2\,F_y = M\,g \Rightarrow F_y = \dfrac{M\,g}{2} \Rightarrow F \cos 30° = \dfrac{M\,g}{2} \Rightarrow F\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{M\,g}{2}$

$\boxed{F_{AB} = F = \dfrac{M\,g\sqrt{3}}{3}}$

b) Equilíbrio de **B** analisado na vertical:

$F_{PB} = M\,g + F_y$

$F_{PB} = M\,g + \dfrac{M\,g}{2} \Rightarrow \boxed{F_{PB} = \dfrac{3\,M\,g}{2}}$

c) Equilíbrio de **B** analisado na horizontal:

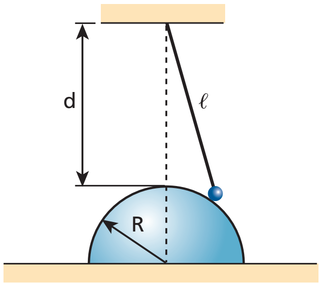
$F_{MC} = F_{MB}$

$F_{MB} = F_x + F \text{ sen } 30° = \dfrac{M\,g\sqrt{3}}{3} \cdot \dfrac{1}{2}$

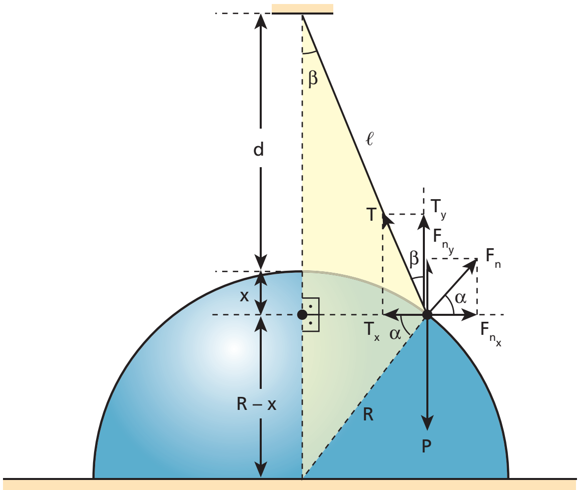
$\boxed{F_{MC} = F_{MB} = \dfrac{M\,g\sqrt{3}}{6}}$

Respostas: a) $\dfrac{M\,g\sqrt{3}}{3}$; b) $\dfrac{3\,M\,g}{2}$; c) $\dfrac{M\,g\sqrt{3}}{6}$

73 Uma bolinha de aço, de peso **P**, encontra-se em repouso presa em um fio suposto ideal, de comprimento **ℓ**, e apoiada em um hemisfério fixo de raio **R**, praticamente sem atrito. Sendo **d** a distância do polo do hemisfério ao ponto de suspensão do fio, determine a intensidade da força de tração exercida pelo fio em função de **P**, **ℓ**, **d** e **R**.



Resolução:



$F_{n_x} = T_x \Rightarrow F_n \cos\alpha = T \operatorname{sen}\beta \Rightarrow F_n = \dfrac{T \operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha}$ (I)

$T_y + F_{n_y} = P \Rightarrow T\cos\beta + F_n \operatorname{sen}\alpha = P$ (II)

(I) em (II): $T\cos\beta + \dfrac{T\operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha}\operatorname{sen}\alpha = P$ (III)

Nos triângulos destacados:

$\cos\beta = \dfrac{d+x}{\ell}$, $\operatorname{sen}\beta = \dfrac{R\cos\alpha}{\ell}$ e $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{R-x}{R}$

Em (III):

$$T\frac{(d+x)}{\ell} + \frac{T\,\dfrac{R\cos\alpha}{\ell}\cdot\dfrac{(R-x)}{R}}{\cos\alpha} = P$$

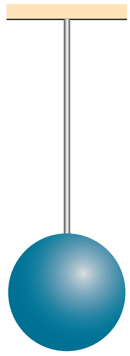
$$T = \frac{(d+x)}{\ell} + T\,\frac{(R-x)}{\ell} = P$$

$$T\,(d+x) + T\,(R-x) = P\,\ell$$

$$\boxed{T = \frac{P\,\ell}{d+R}}$$

Resposta: $\dfrac{P\,\ell}{d+R}$

74 A figura representa uma esfera maciça de chumbo, de peso **P**, suspensa em repouso de um cabo cilíndrico que está prestes a se romper. O raio da seção transversal do cabo e o raio da esfera são respectivamente iguais a **r** e **R**.
Qual deve ser o raio **r'** da seção transversal de um outro cabo, feito do mesmo material, para suportar, também na iminência de ruptura, uma outra esfera maciça de chumbo de raio igual a 2R?

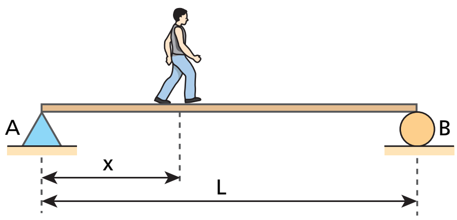


Resolução:
A carga máxima que o cabo pode suportar é proporcional à área de sua seção transversal.
Se a outra esfera tem raio dobrado, seu peso é 2^3 P, ou seja, 8P.
Então:

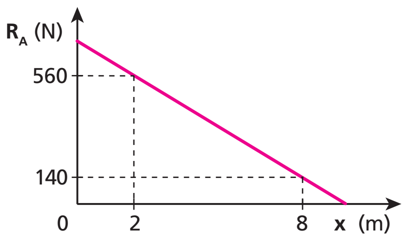
$$\frac{P}{\pi r^2} = \frac{8\,P}{\pi r'^2} \Rightarrow \boxed{r' = 2\sqrt{2}\,r}$$

Resposta: $2\sqrt{2}\,r$

75 (Faap-SP) Uma viga de peso desprezível é apoiada por suas extremidades **A** e **B**, sendo que um homem de peso **P** anda sobre ela:

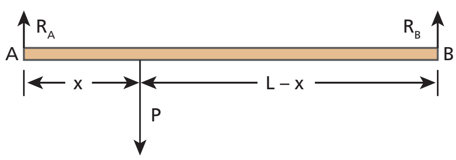


A intensidade R_A da reação do apoio **A** é dada pelo gráfico a seguir, em que **x** é a distância de **A** ao homem:



Calcule, então:
a) o peso **P** do homem;
b) o comprimento **L** da viga.

Resolução:



Quando x = 2 m, R_A = 560 N. Em relação a **B**, temos, em módulo:

$R_A\ L = P\ (L - x)$

$560\ \ L = P\ (L - 2)$ (I)

Quando x = 8 m, R_A = 140 N. Em relação a **B**, temos:

$140\ \ L = P\ (L - 8)$ (II)

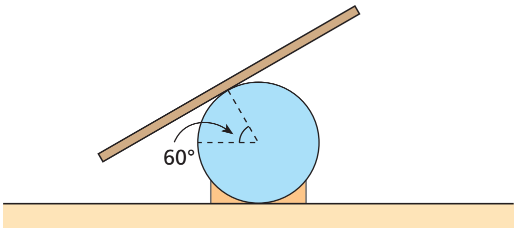
Resolvendo o sistema de equações (I) e (II), obtemos:

a) $\boxed{P = 700\ N}$ e

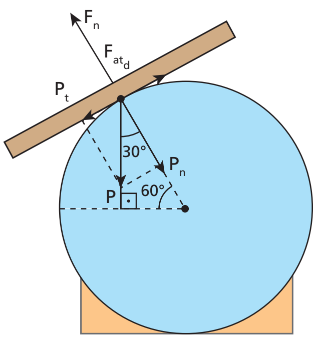
b) $\boxed{L = 10\ m}$

Respostas: a) 700 N; b) 10 m

76 (Mack-SP) Uma tábua rígida é colocada sobre um cilindro fixo, ficando em equilíbrio e na iminência de escorregar, como mostra a figura. Determine o coeficiente de atrito estático entre a tábua e o cilindro.



Resolução:



$P_t = F_{at_d} = \mu_e\ F_n$

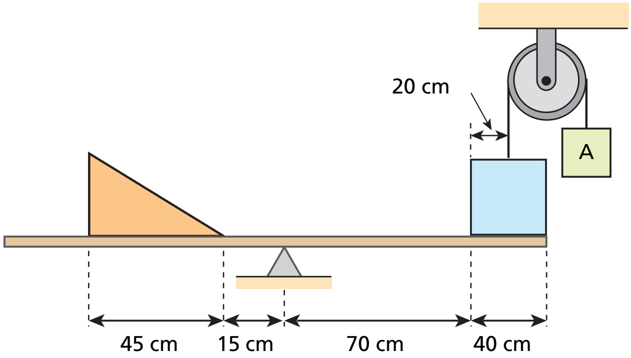
$P_n = F_n$

$$tg\ 30° = \frac{P_t}{P_n} = \frac{\mu_e\ F_n}{F_n}$$

$\boxed{\mu_e = tg\ 30° \simeq 0{,}58}$

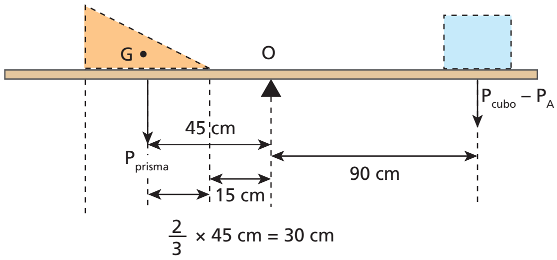
Resposta: 0,58

77 (FEI-SP) A figura indica, em corte, um prisma e um cubo homogêneos, de pesos iguais a 6,0 N e 5,5 N, respectivamente, sobre o travessão horizontal de uma balança em equilíbrio. O cubo é suspenso por um cabo de massa desprezível que, passando por uma polia ideal, sustenta um contrapeso **A**.



Calcule o peso de **A** e a tração no cabo.

Resolução:



Em relação a **O**, temos:

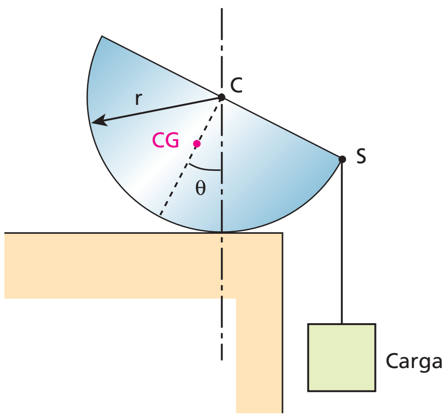
$(P_{cubo} - P_A)\ \ 90 = P_{prisma} \cdot 45$

$(5{,}5 - P_A)\ \ 90 = 6{,}0 \cdot 45$

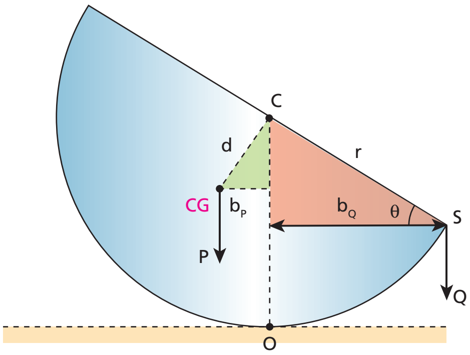
$\boxed{P_A = 2{,}5\ N}$ e $\boxed{T = 2{,}5\ N}$

Resposta: 2,5 N; 2,5 N

78 A figura representa uma seção transversal de um semicilindro homogêneo de peso **P** e base de raio **r**, apoiado em uma superfície plana e horizontal. O centro de gravidade do semicilindro (CG) e o ponto **S** pertencem à referida seção. O sólido citado se mantém em equilíbrio, como na figura, quando uma carga de peso **Q** está suspensa do ponto **S** por meio de uma corda leve. Sendo **d** a distância do ponto **C** ao centro de gravidade CG, determine **Q** em função de **P**, **d**, **r** e do ângulo **θ** indicado.



Resolução:



$b_P = d \operatorname{sen} \theta$
$b_Q = r \cos \theta$

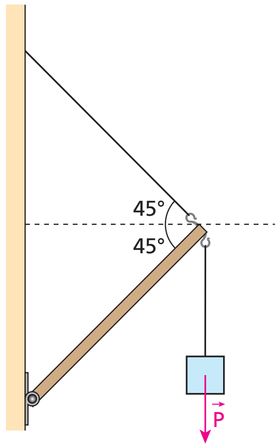
Os momentos de **P** e **Q**, em relação a **O**, tem módulos iguais:

$Q b_a = P b_P$

$Q\, r \cos \theta = P\, d \operatorname{sen} \theta \Rightarrow \boxed{Q = \dfrac{P\, d \operatorname{tg} \theta}{r}}$

$\boxed{\textbf{Resposta: } Q = \dfrac{P\, d \operatorname{tg} \theta}{r}}$

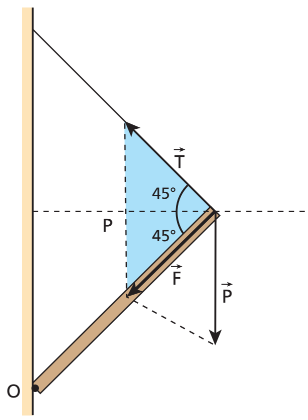
79 (Aman-RJ) Veja a figura seguinte. A tração máxima que a corda superior pode suportar é de $400\sqrt{2}$ N e a compressão máxima que a escora pode aguentar é de $600\sqrt{2}$ N. A corda vertical é suficientemente resistente para tolerar qualquer peso envolvido no problema.



O maior peso de um corpo em repouso que pode ser sustentado pela estrutura da figura, considerando desprezível o peso da escora, é:

a) 800 N. b) 1 000 N. c) 200 N. d) 600 N. e) 400 N.

Resolução:

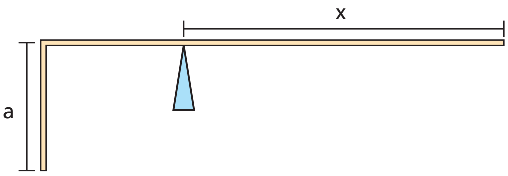


- Para a escora estar em equilíbrio de rotação, a resultante $\vec{F}$, de $\vec{P}$ e $\vec{T}$, precisa estar alinhada com o ponto **O**.
- O triângulo destacado é isósceles. Portanto: F = T
- À medida que **P** crescer, **T** e **F** também crescerão e $T_{máx}$ será atingida antes de $F_{máx}$.
- No triângulo destacado: $P = T\sqrt{2}$

Então: $P_{máx} = T_{máx}\sqrt{2} = 400\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow \boxed{P_{máx} = 800 \text{ N}}$

Resposta: a

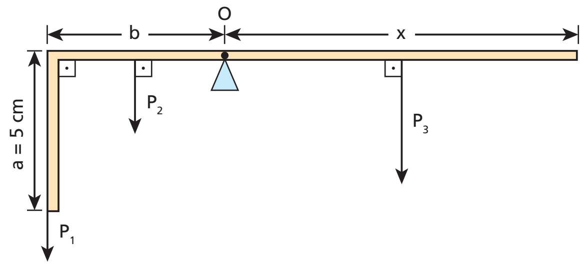
80 (UFPI) Um arame homogêneo de 23 cm de comprimento é dobrado, como indica a figura, em que a = 5 cm.



Para que o arame apoiado se mantenha em equilíbrio, o comprimento **x** deve ser, aproximadamente, de:

a) 6 cm.
b) 9 cm.
c) 11 cm.
d) 14 cm.
e) 15 cm.

Resolução:



- $a + b + x = 23 \Rightarrow b + x = 18 \Rightarrow b = 18 - x$ (I)
- Equilíbrio de rotação do arame em relação a **O**:

$$P_1\, b + P_2 \frac{b}{2} = P_3 \frac{x}{2} \qquad \text{(II)}$$

Como o peso **P** de um pedaço de arame é proporcional ao seu comprimento ℓ ($P = k\,\ell$), temos, de (II):

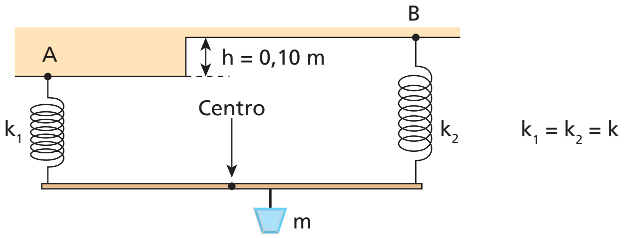
$$(k\, a)\, b + (k\, b) \frac{b}{2} = (k\, x) \frac{x}{2} \Rightarrow 2\, a\, b + b^2 = x^2 \qquad \text{(III)}$$

Substituindo (I) em (III), temos:

$2\, a\, (18 - x) + (18 - x)^2 = x^2$
$(18 - x)\,(28 - x) = x^2$
$18 \cdot 28 - 46\, x + x^2 = x^2$
$46\, x = 18 \cdot 28 \Rightarrow \boxed{x \simeq 11 \text{ cm}}$

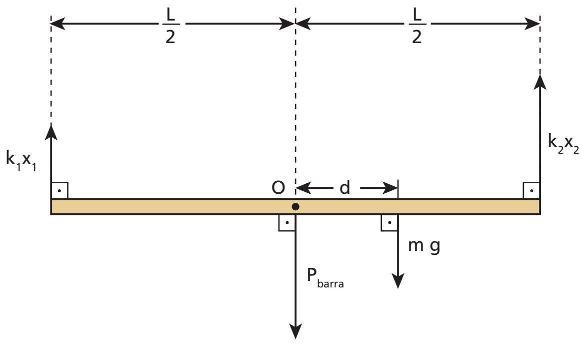
Resposta: c

81 (UFPE) A figura mostra uma barra homogênea, de comprimento L = 1,0 m, presa ao teto nos pontos **A** e **B** por molas ideais iguais, de constante elástica $k = 1{,}0 \cdot 10^2$ N/m. A que distância do centro da barra, em centímetros, deve ser pendurado um jarro de massa m = 2,0 kg, de modo que a barra permaneça na horizontal? Adote $g = 10$ m/s^2.



Resolução:

- Para a barra ficar em equilíbrio na horizontal, as deformações x_2 e x_1 das molas de constantes elásticas respectivamente a k_2 e k_1 devem satisfazer a relação:
  $x_2 = x_1 + h$
- **Forças na barra:**



- Em relação a **O**:

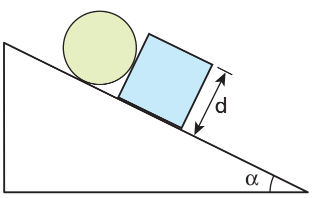
$$k_1 x_1 \frac{L}{2} + m\,g\,d = k_2 x_2 \frac{L}{2} \Rightarrow k \frac{L}{2} \overbrace{(x_2 - x_1)}^{h} = m\,g\,d \Rightarrow$$

$$d = \frac{k \frac{L}{2} h}{m\,g} = \frac{1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 0{,}50 \cdot 0{,}10}{2{,}0 \cdot 10} \Rightarrow$$

$$\boxed{d = 0{,}25 \text{ m} = 25 \text{ cm}}$$

Resposta: 25 cm

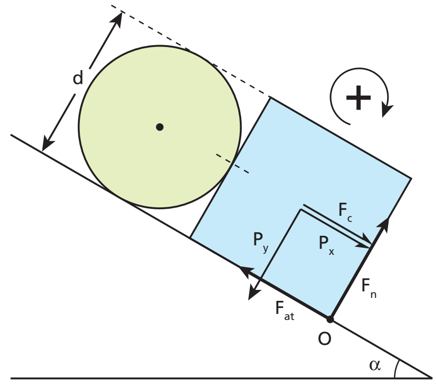
82 (ITA-SP) Considere o bloco cúbico homogêneo de lado **d** e massa **m** em repouso sobre um plano inclinado de ângulo **α**, que impede o movimento de um cilindro homogêneo de diâmetro **d** e massa **m** idêntica à do bloco, como mostra a figura. Suponha que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano seja suficientemente grande para que o bloco não deslize pelo plano e que o coeficiente de atrito estático entre o cilindro e o bloco seja desprezível.



O valor máximo do ângulo **α** do plano inclinado, para que a base do bloco permaneça em contato com o plano, é tal que:

a) $\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{2}$.
b) $\tan \alpha = 1$.
c) $\tan \alpha = 2$.
d) $\tan \alpha = 3$.
e) $\text{cotg}\,\alpha = 2$.

Resolução:



Quando o bloco está na iminência de tombar, a força normal que ele recebe do plano está aplicada em **O**. Na figura, P_x e P_y são as intensidades dos componentes do peso do bloco e F_c (também igual a P_x) é a intensidade da força que o cilindro exerce no bloco.

Em relação a **O**, temos:

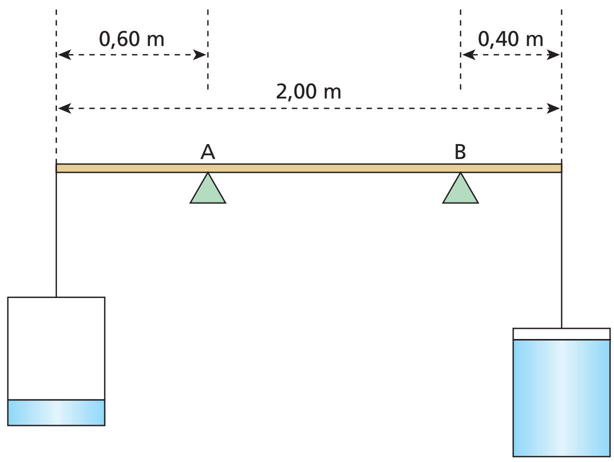
$$(F_c + P_x)\frac{d}{2} - P_y \frac{d}{2} = 0$$

$$2\,m\,g\,\text{sen}\,\alpha \;\frac{d}{2} = m\,g\cos\alpha \;\frac{d}{2}$$

$$\frac{\cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha} = 2 \;\Rightarrow\; \boxed{\text{cotg}\,\alpha = 2}$$

Resposta: e

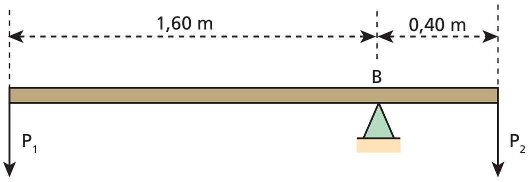
83 (Olimpíada Brasileira de Física) Uma haste leve é apoiada nos pontos **A** e **B**; do seu extremo direito pende um balde com 50 ℓ de água e, do seu extremo esquerdo, pende outro balde com 10 ℓ de água, por meio de fios de massas desprezíveis, conforme o desenho. As massas dos baldes podem também ser desconsideradas.



Quais as quantidades mínima e máxima de água que devem ser transferidas do balde da direita para o da esquerda para que o sistema fique em equilíbrio?

Resolução:

- Analisando o sistema, nas condições da figura dada, constatamos que ele não se encontra em equilíbrio: a barra vai tombar, girando no sentido horário.
- A quantidade mínima pedida fica determinada considerando-se o sistema em equilíbrio, apoiado apenas no suporte **B**:



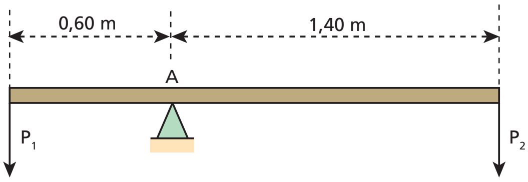
$P_2\ 0{,}40 = P_1\ 1{,}60 \Rightarrow P_2 = 4\,P_1$

$V_2 = 4\,V_1$, em que V_1 e V_2 são volumes.

$$\left.\begin{aligned} V_2 &= 4\,V_1 \\ V_2 + V_1 &= 60 \end{aligned}\right\} V_1 = 12\,\ell \;\text{ e }\; V_2 = 48\,\ell$$

Portanto, 2ℓ de água devem ser transferidos da direita para a esquerda.

- A quantidade máxima pedida fica determinada considerando-se o sistema em equilíbrio, apoiado apenas no suporte **A**:



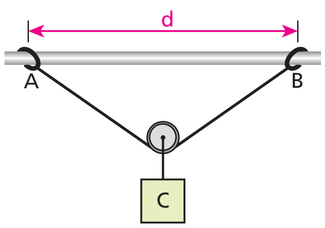
$P_2\ 1{,}40 = P_1\ 0{,}60 \Rightarrow V_2\ 1{,}40 = V_1\ 0{,}60 \Rightarrow 7V_2 = 3\,V_1$

$$\left.\begin{aligned} 7V_2 &= 3\,V_1 \\ V_2 + V_1 &= 60 \end{aligned}\right\} \Rightarrow V_2 = 18\,\ell \;\text{ e }\; V_1 = 42\,\ell$$

Portanto, 32ℓ de água devem ser transferidos da direita para a esquerda.

Resposta: 2ℓ e 32ℓ, respectivamente.

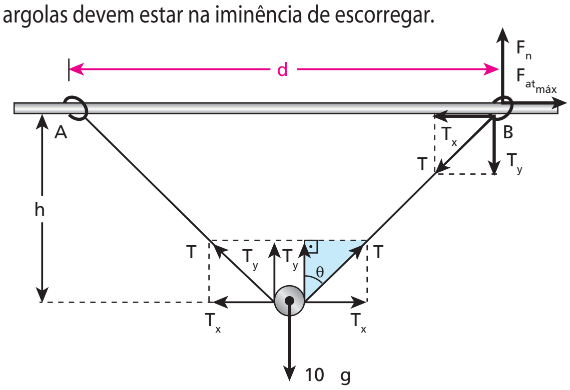
84 Na figura abaixo, temos um cano metálico horizontal e duas argolas leves, **A** e **B**, nas quais está amarrado um fio considerado ideal, de 1,20 m de comprimento. Desse fio, está suspenso, em equilíbrio, um corpo **C** de massa 10 kg por meio de uma pequena polia também considerada ideal.



Determine a máxima distância **d** permitida entre as argolas para que o sistema permaneça em equilíbrio, sendo 0,75 o coeficiente de atrito estático entre cada argola e o cano.

Resolução:

As argolas devem estar na iminência de escorregar.

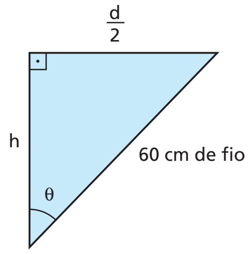


Na argola B:

$T_x = F_{at_{máx}} = \mu_e\,F_n = \mu_e\,T_y = 0{,}75\,T_y$

No triângulo destacado:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{T_x}{T_y} = \frac{0{,}75\,T_y}{T_y} = \frac{3}{4}$$



Então:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{\frac{d}{2}}{h} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{d}{2\,h}$$

$$h = \frac{2\,d}{3}$$

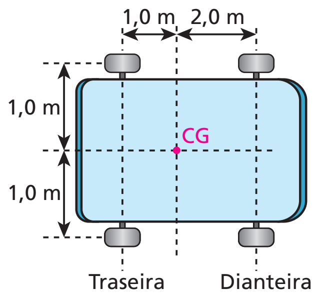
$$60^2 = h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow 3600 = \left(\frac{2\,d}{3}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow 3600 = \frac{4d^2}{9} + \frac{d^2}{4} \Rightarrow$$

$$\boxed{d = 72\text{ cm}}$$

Resposta: 72 cm

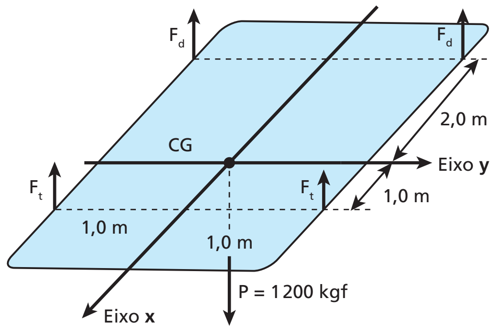
85 A figura representa um veículo visto de cima, em repouso numa superfície plana e horizontal. O veículo pesa 1 200 kgf e o ponto CG é seu centro de gravidade.

Determine as intensidades das forças que as rodas recebem da superfície onde se apoiam.



Resolução:

Por terem braços iguais em relação ao eixo **x**, as forças nas rodas traseiras têm a mesma intensidade F_t, o mesmo ocorrendo com as forças nas rodas dianteiras, que têm intensidade F_d:



Em relação ao eixo **y**, temos, em valor absoluto:

$2\,F_t\ 1{,}0 = 2\,F_d\ 2{,}0 \Rightarrow F_t = 2\,F_d$ (I)

Como a força resultante no veículo é nula:

$2\,F_t + 2\,F_d = P$

$2\,F_t + 2\,F_d = 1200 \Rightarrow F_t + F_d = 600$ (II)

Substituindo (I) em (II):

$2\,F_d + F_d = 600 \Rightarrow \boxed{F_d = 200\text{ kgf}}$

De (I):

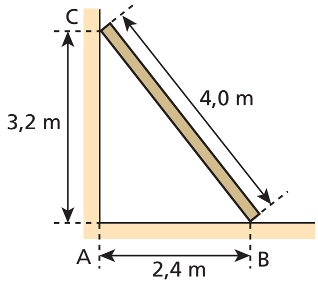
$F_t = 2\,F_d = 2 \cdot 200 \Rightarrow \boxed{F_t = 400\text{ kgf}}$

Resposta: 200 kgf em cada roda dianteira; 400 kgf em cada roda traseira.

86 (IME-RJ) Uma escada de 4,0 m de comprimento está apoiada contra uma parede vertical com a sua extremidade inferior a 2,4 m da parede, como mostra a figura. A escada pesa 20 kgf e seu centro de gravidade está localizado no ponto médio. Sabendo que os coeficientes de atrito estático entre a escada e o solo e entre a escada e a parede são, respectivamente, 0,50 e 0,20, calcule:

a) a altura máxima, em relação ao solo, a que um homem de 90 kgf de peso pode subir sem provocar o escorregamento da escada;

b) a distância máxima da parede a que se pode apoiar a parte inferior da escada vazia sem provocar escorregamento.



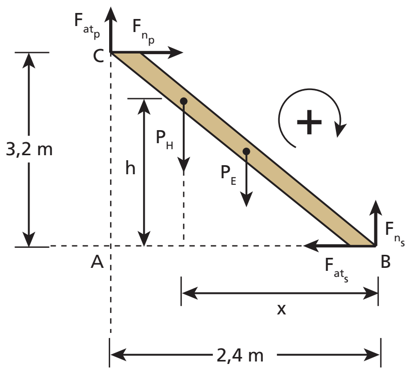
Resolução:

$P_E = 20$ kgf

$P_H = 90$ kgf

$\mu_{e_s} = 0,50$

$\mu_{e_p} = 0,20$



Como a escada está na iminência de escorregar:

$F_{at_s} = \mu_{e_s} F_{n_s} = 0,50\, F_{n_s}$

$F_{at_p} = \mu_{e_p} F_{n_p} = 0,20\, F_{n_p}$

- **Equilíbrio de translação:**

$F_{at_p} + F_{n_s} = P_H + P_E \Rightarrow 0,20\, F_{n_p} + F_{n_s} = 110$ (I)

$F_{n_p} = F_{at_s} \Rightarrow F_{n_p} = 0,50\, F_{n_s}$ (II)

De (I) e (II), vem:

$F_{n_s} = 100$ kgf

$F_{n_p} = 50$ kgf

Então: $F_{at_s} = 50$ kgf
$F_{at_p} = 10$ kgf

- **Equilíbrio de rotação** (em relação a **B**):

$F_{n_p}\ 3,2 + F_{at_p}\ 2,4 - P_H\ x - P_E\ 1,2 = 0$

$50 \cdot 3,2 + 10 \cdot 2,4 - 90\,x - 20 \cdot 1,2 = 0$

$x = \dfrac{16}{9}$ m

$\dfrac{h}{x} = \dfrac{3,2}{2,4}$ (semelhança de triângulos)

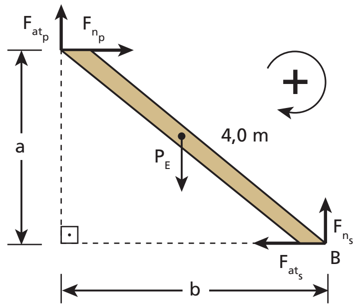
$h = \dfrac{3,2}{2,4} x = \dfrac{3,2}{2,4} \cdot \dfrac{16}{9} \Rightarrow \boxed{h = 2,4\text{ m}}$

b) Novamente, a escada está na iminência de escorregar.

$P_E = 20$ kgf

$F_{at_s} = 0,50\, F_{n_s}$

$F_{at_p} = 0,20\, F_{n_p}$



- **Equilíbrio de translação:**

$F_{n_p} = F_{at_s} \Rightarrow F_{n_p} = 0,50\, F_{n_s}$ (I)

$F_{at_p} + F_{n_s} = P_E \Rightarrow 0,20\, F_{n_p} + F_{n_s} = 20$ (II)

De (I) e (II), vem:

$F_{n_s} = \dfrac{20}{1,1}$ kgf e $F_{n_p} = \dfrac{10}{1,1}$ kgf

Então: $F_{at_s} = \dfrac{10}{1,1}$ kgf e $F_{at_p} = \dfrac{2}{1,1}$ kgf

- **Equilíbrio de rotação** (em relação a **B**):

$F_{at_p}\ b + F_{n_p}\ a - P_E\ \dfrac{b}{2} = 0$

$\dfrac{2}{1,1}\ b + \dfrac{10}{1,1}\ a - 20\ \dfrac{b}{2} = 0 \Rightarrow a = \dfrac{9b}{10}$ (III)

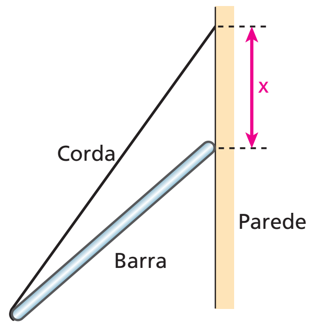
$a^2 + b^2 = 16$ (Teorema de Pitágoras) (IV)

Substituindo (III) em (IV):

$\dfrac{81\,b^2}{100} + b^2 = 16 \Rightarrow \boxed{b = 3,0\text{ m}}$

Respostas: a) 2,4 m; b) 3,0 m

87 Uma barra cilíndrica e homogênea, de comprimento igual a 300 cm, encontra-se em equilíbrio sustentada por uma corda de comprimento igual a 400 cm e apoiada em uma parede vertical praticamente sem atrito, como representa a figura.



Determine a distância **x** entre o ponto da parede onde a corda está amarrada e o ponto da parede onde a barra se apoia.

Resolução:

Na barra atuam apenas três forças (peso, tração e normal), de direções diferentes. Como sabemos, essas forças são concorrentes num mesmo ponto. Se **B** é o ponto médio da barra, então **C** é o ponto médio da corda e **D** é o ponto médio de PQ.

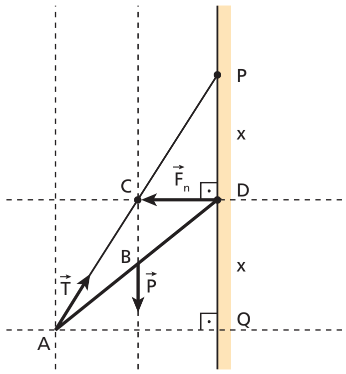
No triângulo AQD:

$\overline{AD}^2 = \overline{QD}^2 + \overline{AQ}^2$

$3^2 = x^2 + \overline{AQ}^2$

$\overline{AQ}^2 = 9 - x^2$

No triângulo AQP:



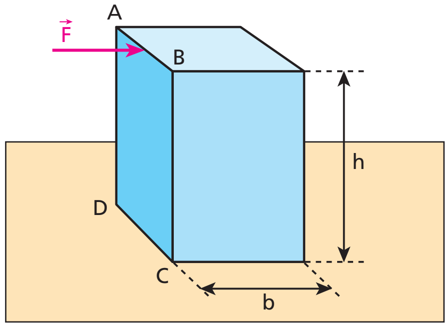
$\overline{AP}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{AQ}^2$

$4^2 = (2x)^2 + 9 - x^2$

$\boxed{x = 1{,}53 \text{ m} = 153 \text{ cm}}$

Resposta: 153 cm

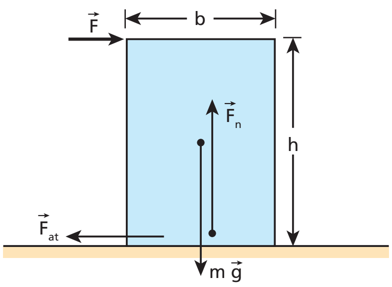
88 Um bloco prismático e homogêneo, de altura **h** e base quadrada de lado **b**, encontra-se em repouso em um piso plano e horizontal.



Uma força $\vec{F}$, de intensidade crescente a partir de zero, é aplicada no ponto médio da aresta AB, perpendicularmente à face ABCD. Sendo μ_e o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o piso, determine a relação entre **b** e **h** para que o bloco tombe antes de escorregar.

Resolução:

•

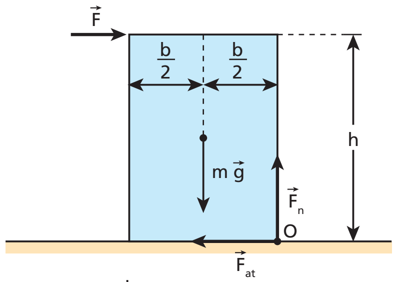


$F_{at_d} = \mu_e F_n = \mu_e\, m\, g$

O bloco só escorrega se:

$F > F_{at_d}$, ou seja, se $F > \mu_e\, m\, g$ (I)

• Na iminência de tombar, o bloco se encontra totalmente apoiado em uma região do plano onde está sua aresta inferior direita.
Para tombar, o módulo do momento horário de $\vec{F}$, em relação a **O**, deve superar o módulo do momento anti-horário do peso $m\vec{g}$:



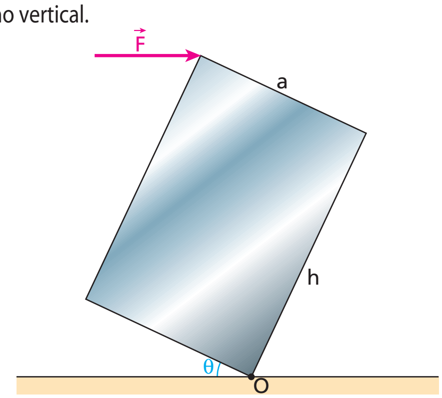
$F\,h > m\,g\,\frac{b}{2} \Rightarrow F > \frac{m\,g\,b}{2\,h}$ (II)

Para tombar antes de escorregar, a condição (II) deve ser verificada antes da (I), ou seja:

$\frac{m\,g\,b}{2\,h} < \mu_e\, m\, g \Rightarrow \boxed{b < 2\,\mu_e\, h}$

Resposta: $b < 2\,\mu_e\, h$

89 Uma chapa retangular homogênea, de espessura uniforme, largura **a** e comprimento **h**, está em repouso apoiada em uma superfície plana e horizontal, sob a ação de uma força horizontal $\vec{F}$, como representa a figura. Essa força e o centro de gravidade da chapa estão em um mesmo plano vertical.



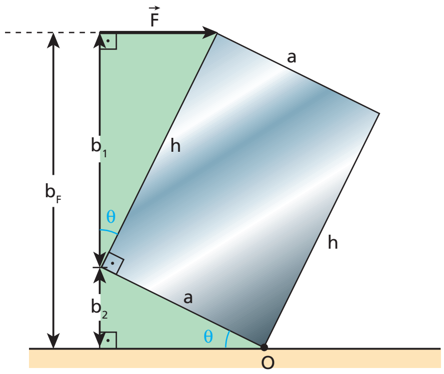
Sendo **P** a intensidade do peso da chapa, determine:

a) a intensidade da força $\vec{F}$, em função de **a**, **h**, **P** e do ângulo **θ** indicado na figura;

b) o ângulo θ_E (um valor de **θ**), correspondente à posição de equilíbrio instável da chapa (força $\vec{F}$ ausente), em função de **a** e **h**.

Resolução:

a) • Vamos determinar, em relação a **O**, o módulo do momento de $\vec{F}$:

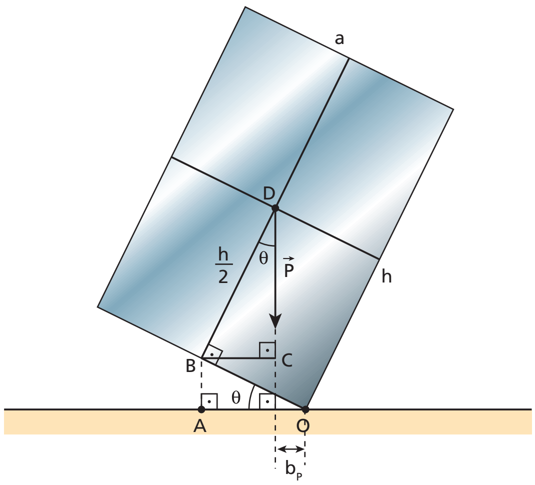


$M_F = Fb_F = F\,(b_1 + b_2)$

$\boxed{M_F = F\,(h \cos\theta + a \,\text{sen}\, \theta)}$

(horário)

- Vamos determinar, agora, em relação a **O**, o módulo do momento do peso da chapa:



$M_P = Pb_P = P\,(\overline{OA} - \overline{BC})$

$M_P = P\,(\overline{OB}\cos\theta - \overline{BD}\,\text{sen}\,\theta)$

$$\boxed{M_P = P\left(\frac{a}{2}\cos\theta - \frac{h}{2}\,\text{sen}\,\theta\right)}$$

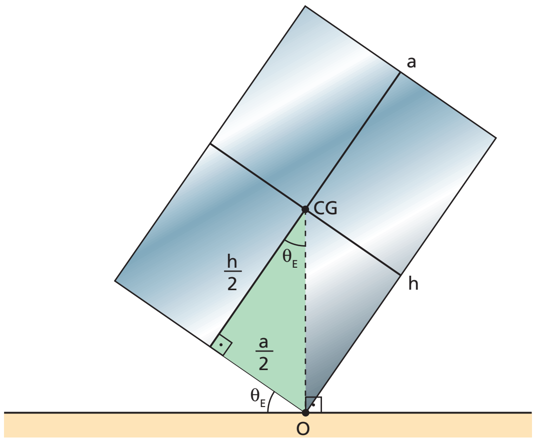
(anti-horário)

- Do equilíbrio de rotação da chapa:

$M_F = M_P \;\Rightarrow\; F\,(h\cos\theta + a\,\text{sen}\,\theta) = \frac{P}{2}\,(a\cos\theta - h\,\text{sen}\,\theta)$

$$\boxed{F = \frac{P}{2}\left(\frac{a\cos\theta - h\,\text{sen}\,\theta}{a\,\text{sen}\,\theta + h\cos\theta}\right)}$$

b) Na posição de equilíbrio (no caso, instável), a vertical traçada pelo centro de gravidade da chapa deve passar pelo ponto de apoio **O**:

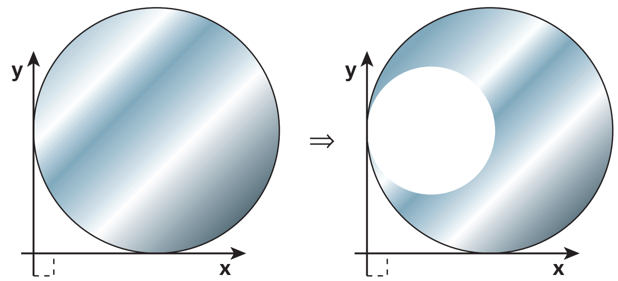


$$\text{tg}\,\theta_E = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{h}{2}} = \frac{a}{h}$$

$$\boxed{\theta_E = \text{arc tg}\left(\frac{a}{h}\right)}$$

Respostas: a) $M_F = F\,(h\cos\theta + a\,\text{sen}\,\theta)$; $M_P = P\left(\frac{a}{2}\cos\theta - \frac{h}{2}\,\text{sen}\,\theta\right)$; $F = \frac{P}{2}\left(\frac{a\cos\theta - h\,\text{sen}\,\theta}{a\,\text{sen}\,\theta + h\cos\theta}\right)$; β) arc tg$\left(\frac{a}{h}\right)$

90 (UFMS) Na figura (I) abaixo, tem-se um disco homogêneo, de raio (**R**) e peso (**W**), fixo em um plano xy vertical de eixos ortogonais. A figura (II) mostra que foi retirado, do primeiro disco da figura (I), um disco de diâmetro (**R**) cujo centro está horizontalmente alinhado com o centro do primeiro disco.



(I) (II)

É correto afirmar que:

(01) as coordenadas do centro de massa da peça da figura (II) são $\left(\frac{7R}{6}; R\right)$.

(02) da figura (I) para a figura (II), o centro de massa se deslocou no sentido oposto ao eixo **x** de uma distância $d = \frac{7R}{6}$.

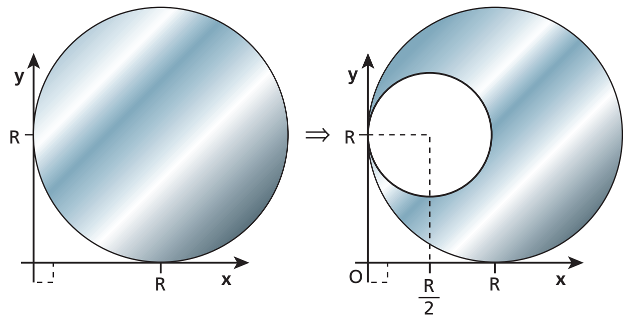
(08) as coordenadas do centro de massa do disco da figura (I) são (R ; R).

(16) o peso da peça da figura (II) é $\frac{W}{2}$.

(32) as coordenadas do centro do vazio de diâmetro (**R**) na figura (II) são $\left(\frac{R}{4}; R\right)$.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:



(I) (II)

Disco da figura (I):

- Coordenadas do centro de massa: $x_1 = R$ e $y_1 = R$
- Área: $A_1 = \pi R^2$
- Massa: M_1

Disco retirado, imaginando-o posicionado no vazio da peça da figura (II):

- Coordenadas do centro de massa:

$$x_2 = \frac{R}{2} \quad \text{e} \quad y_2 = R$$

- Área:

$$A_2 = \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \pi\,\frac{R^2}{4} = \frac{A_1}{4}$$

- Massa: $M_2 = \frac{M_1}{4}$, pois as massas e as áreas são proporcionais.

Peça da figura (II):

- Coordenadas do centro de massa: $x_3 = ?$ e $y_3 = R$ (por simetria)
- Área: $A_3 = A_1 - A_2 = \frac{3\,A_1}{4}$
- Massa: $M_3 = \frac{3\,M_1}{4}$
- Peso: $\frac{3\,W}{4}$

Para determinar x_3, podemos imaginar o disco da figura (I) como sendo a peça da figura (II), com seu vazio preenchido pelo disco retirado:

$$x_1 = \frac{M_2 x_2 + M_3 x_3}{M_2 + M_3} \Rightarrow R = \frac{\frac{M_1}{4}\,\frac{R}{2} + \frac{3\,M_1}{4}\,x_3}{M_1} \Rightarrow \boxed{x_3 = \frac{7\,R}{6}}$$

Finalizando:

(001) Correta: $x_3 = \frac{7\,R}{6}$ e $y_3 = R$

(002) Falsa: o centro de massa se deslocou de $x_1 = R$ para $x_3 = \frac{7\,R}{6}$, no sentido do eixo x.

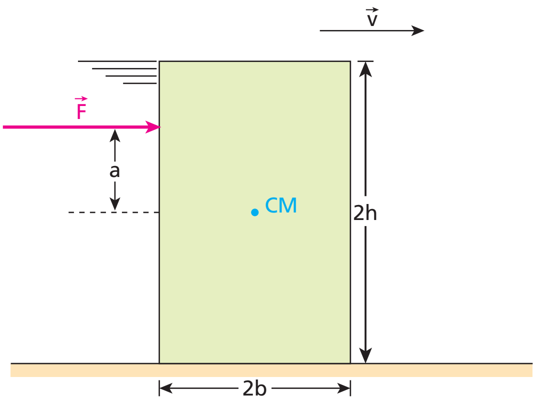
(008) Correta.

(016) Falsa.

(032) Falsa.

Resposta: 9

91 Um paralelepípedo homogêneo de massa **m**, base quadrada de aresta **2b** e altura **2h** encontra-se em movimento retilíneo uniformemente variado, escorregando numa superfície plana e horizontal. Em certo instante, passa a atuar nele uma força constante $\vec{F}$, na mesma direção e no mesmo sentido do movimento. A linha de ação dessa força e o centro de massa (CM) do corpo são coplanares e ela dista **a** de CM. Sendo **μ** o coeficiente de atrito cinético entre o paralelepípedo e a superfície em que se apoia e **g** a intensidade do campo gravitacional:



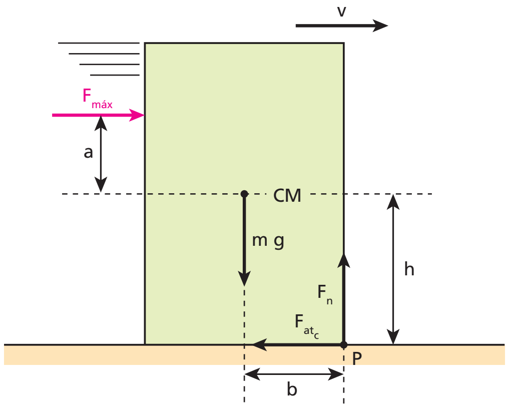
a) determine a intensidade de $\vec{F}$ para que o corpo não tombe;

b) determine o máximo valor de **μ** compatível com o não-tombamento (F = 0);

c) supondo satisfeita a condição do item **b**, qual é o valor de **a** que garante o não-tombamento, independentemente da intensidade de $\vec{F}$?

Resolução:

a) Vamos considerar o corpo na iminência de tombar, caso em que, para um determinado valor de **a**, **F** é máxima. Nessa situação, a força normal e a força de atrito recebidas pelo corpo estão aplicadas na aresta dianteira de sua base, simbolizada pelo ponto **P** na figura a seguir.



Em relação ao **centro de massa**, a soma dos momentos é nula:

$$F_{máx}\,a + F_{at_c}\,h = F_n\,b$$

$$F_{máx}\,a + \mu\,m\,g\,h = m\,g\,b$$

$$F_{máx} = \frac{m\,g\,(b - \mu\,h)}{a}$$

Portanto: $\boxed{0 \leqslant F \leqslant \frac{m\,g\,(b - \mu\,h)}{a}}$

b) Consideremos o corpo na iminência de tombar em virtude, exclusivamente, da força de atrito, ou seja, com F = 0.

Em relação ao centro de massa, temos:

$$F_{at_{c\,máx}}\,h = F_n\,b \Rightarrow \mu_{máx}\,m\,g\,h = m\,g\,b \Rightarrow \mu_{máx} = \frac{b}{h}$$

Portanto: $\boxed{\mu \leqslant \frac{b}{h}}$

c) Se **a** for igual a zero, $\vec{F}$ não produzirá momento em relação ao centro de massa, qualquer que seja sua intensidade.

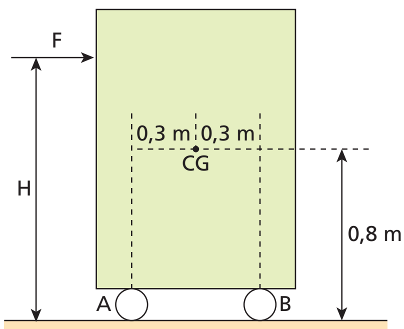
Nesse caso, o tombamento só poderia ser causado pela força de atrito. Portanto, satisfeita a condição do item **b**, com a = 0 o corpo nunca tombará.

Note, na mesma resolução do primeiro item, que **F** poderá tender a infinito desde que **a** tenda a zero.

$\boxed{a = 0}$

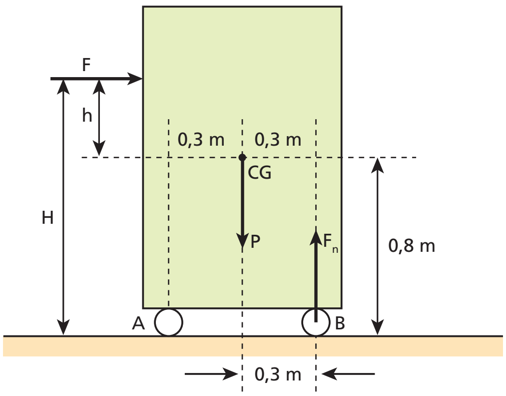
Respostas: a) $0 \leqslant F \leqslant \frac{m\,g\,(b - \mu\,h)}{a}$; b) $\mu \leqslant \frac{b}{h}$; a = 0

92 (Aman-RJ) Um armário de massa 20 kg é colocado sobre pequenas rodas **A** e **B** equidistantes das extremidades. As rodas permitem um movimento livre de atritos sobre o pavimento horizontal. O centro de gravidade (CG) do armário situa-se na posição mostrada na figura. Considere 10 m/s² a aceleração devida à gravidade. Se uma força **F** de módulo 150 N for aplicada horizontalmente em um ponto acima do centro de gravidade, podemos afirmar que o armário ficará na iminência de tombar para a frente quando a distância **H** medir:



a) 1,20 m. b) 1,30 m. c) 1,45 m. d) 1,50 m. e) 1,80 m.

Resolução:



Em relação ao centro de gravidade:

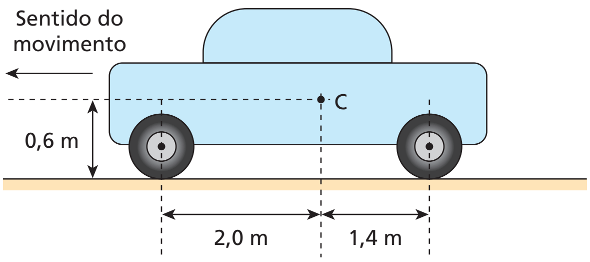
$F\,h = F_n\ 0{,}3$

$150\,h = 200 \cdot 0{,}3 \Rightarrow h = 0{,}4\text{ m}$

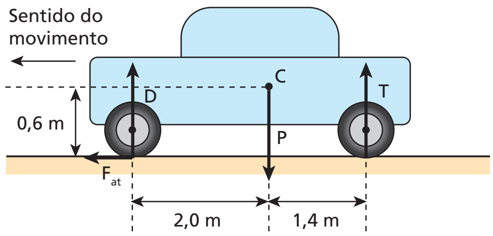
$H = h + 0{,}8 = 0{,}4 + 0{,}8 \Rightarrow \boxed{H = 1{,}2\text{ m}}$

Resposta: a

93 (ITA-SP) Considere um automóvel de peso **P**, com tração nas rodas dianteiras, cujo centro de massa está em **C**, movimentando-se num plano horizontal. Considerando $g = 10\text{ m/s}^2$, calcule a aceleração máxima que o automóvel pode atingir, sendo o coeficiente de atrito entre os pneus e o piso igual a 0,75.



Resolução:



- $D + T = P \Rightarrow \boxed{T = P - D}$ (I)
- Para não ocorrer a rotação do veículo, em módulo e em relação ao centro de massa, o momento horário total tem de ser menor ou igual ao momento anti-horário:

  $F_{at}\ 0{,}6 + D\ 0{,}20 \leqslant T\ 1{,}4$

  De (I): $0{,}6\,F_{at} + 2{,}0\,D \leqslant (P - D)\ 1{,}4 \Rightarrow F_{at} \leqslant \dfrac{1{,}4\,P - 3{,}4\,D}{0{,}6} \Rightarrow$

  $\Rightarrow F_{at_{máx}} = \dfrac{1{,}4\,P - 3{,}4\,D}{0{,}6}$ (II)

  Note que **D menor** implica $F_{at_{máx}}$ **maior** ($F_{at_{máx}}$ não é a força de destaque).

  De (II): $\dfrac{1{,}4\,P - 3{,}4\,D}{0{,}6} \leqslant \mu\,D \Rightarrow 1{,}4\,P - 3{,}4\,D \leqslant 0{,}6 \cdot 0{,}75\,D \Rightarrow$

  $\Rightarrow D \geqslant \dfrac{1{,}4\,P}{3{,}85} \Rightarrow D_{mín} = \dfrac{1{,}4\,P}{3{,}85}$ (III)

- $F_{at_{máx}} = m\,a_{máx}$

  De (II) e (III):

  $$\frac{1{,}4\,P - 3{,}4 \cdot \dfrac{1{,}4\,P}{3{,}85}}{0{,}6} = m\,a_{máx} \Rightarrow$$

  $\boxed{a_{máx} = 2{,}7\text{ m/s}^2}$

Resposta: 2,7 m/s²